Областное государственное автономное
профессиональное образовательное учреждение
«СТАРООСКОЛЬСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ»
(ОГАПОУ СПК)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по выполнению практических заданий студентов
ОУД.02 Математика: алгебра, начала математического анализа; геометрия

Специальность: 44.02.03 Педагогика дополнительного образования
(в области музыкальной деятельности)

Андрианова Р. Т.,
преподаватель математики

Методические указания по выполнению практических заданий разработан на основе рабочей программы ФГОС СПО учебной дисциплины ОУД.02 Математика: алгебра, начала математического анализа; геометрия специальности 44.02.03 Педагогика дополнительного образования (в области музыкальной деятельности).

Составитель:
Андрианова Р. Т., преподаватель математики ОГАПОУ СПК

Содержание

1	Пояснительная записка	4
2	Общие положения	5
3	Перечень практических занятий	9
4	Практические занятия	10
5	Критерии оценки	78
6	Рекомендованная литература	80

1. Пояснительная записка

Данные методические указания включают в себя практические занятия по всем разделам курса, примерные практические задания для каждой темы раздела, фрагменты теоретического материала, образцы выполнения практических заданий, тесты, практические задания, контрольные вопросы для самопроверки.

Практические занятия служат связующим звеном между теорией и практикой. Они необходимы для закрепления теоретических знаний, полученных на уроках теоретического обучения, а также для формирования практических умений и навыков.

Зачет по каждой практической работе студент получает после её выполнения и предоставления отчета, а также ответов на вопросы преподавателя, если таковые возникнут при проверке выполненного задания.

В результате проведения практических занятий по дисциплине «Математика: алгебра, начала математического анализа; геометрия» студент должен знать основные математические методы решения прикладных задач; роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности.

2. Общие положения

Методические указания по выполнению практических занятий предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины ОУД.02 Математика: алгебра, начала математического анализа; геометрия по специальности 44.02.03 Педагогика дополнительного образования (в области музыкальной деятельности)

Методические указания по выполнению практических занятий разработаны в соответствии с рабочей программой на основе примерной программы (автор *Башмаков М. И.*, доктор физико-математических наук, академик Российской академии образования, профессор) в соответствии с Рекомендациями по организации получения среднего общего образования в пределах освоения образовательных программ среднего профессионального образования на базе основного общего образования с учетом требований федеральных государственных образовательных стандартов.

В результате освоения дисциплины обучающийся **должен:**

знать/понимать:*

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
- вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

АЛГЕБРА

уметь:

- выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения;
- находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости

инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;

- выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

Функции и графики

уметь:

- вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;
- определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках;
- строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций;
- использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- для описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков.

НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

уметь:

- находить производные элементарных функций;
- использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков;
- применять производную для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения;
- вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

Уравнения и неравенства

уметь:

- решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;
- использовать графический метод решения уравнений и неравенств;
- изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;
- составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах.

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- для построения и исследования простейших математических моделей.

КОМБИНАТОРИКА, СТАТИСТИКА И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

уметь:

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- для анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;
- анализа информации статистического характера.

ГЕОМЕТРИЯ

уметь:

- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, *аргументировать свои суждения об этом расположении*;
- анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;

- изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
- *строить простейшие сечения куба*, *призмы*, *пирамиды*;
- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- для исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
- вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

Перечень практических занятий
по дисциплине: БД.02 Математика: алгебра, начала математического анализа; геометрия

Раздел 1. Основы тригонометрии
Практическое занятие по теме: «Тригонометрические функции числового аргумента»
Практическое занятие по теме: «Функции, их свойства и графики»
Практическое занятие по теме: «Тригонометрические уравнения и неравенства»

Раздел 2. Прямые и плоскости в пространстве
Практическое занятие по теме: «Параллельность прямых и плоскостей»
Практическое занятие по теме: «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Раздел 3. Координаты и векторы
Практическое занятие по теме: «Декартовы координаты в пространстве»
Практическое занятие по теме: «Векторы в пространстве»

Раздел 4. Начала математического анализа
Практическое занятие по теме: «Производная»
Практическое занятие по теме: «Применение непрерывности и производной»
Практическое занятие по теме: «Первообразная»
Практическое занятие по теме: «Интеграл»

Раздел 5. Многогранники и тела вращения
Практическое занятие по теме: «Многогранники»
Практическое занятие по теме: «Тела вращения»

Раздел 6. Измерения в геометрии
Практическое занятие по теме: «Объемы многогранников»
Практическое занятие по теме: «Объемы и поверхности тел вращения»

Раздел 7. Развитие понятия о числе
Практическое занятие по теме: «Действительные и комплексные числа»

Раздел 8. Степенная, показательная и логарифмическая функции
Практическое занятие по теме: «Корни и степени»
Практическое занятие по теме: «Показательная и логарифмическая функции»

Раздел 9. Комбинаторика. Теория вероятностей. Математическая статистика
Практическое занятие по теме: « Элементы комбинаторики»
Практическое занятие по теме: «Элементы теории вероятностей»

Раздел 1. Основы тригонометрии

Практическое занятие по теме: «Тригонометрические функции числового аргумента»

Цель работы:

1. Корректировать умение применять тригонометрические формулы при преобразовании тригонометрических выражений.
1. Закрепить и систематизировать знания по теме.
2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование:

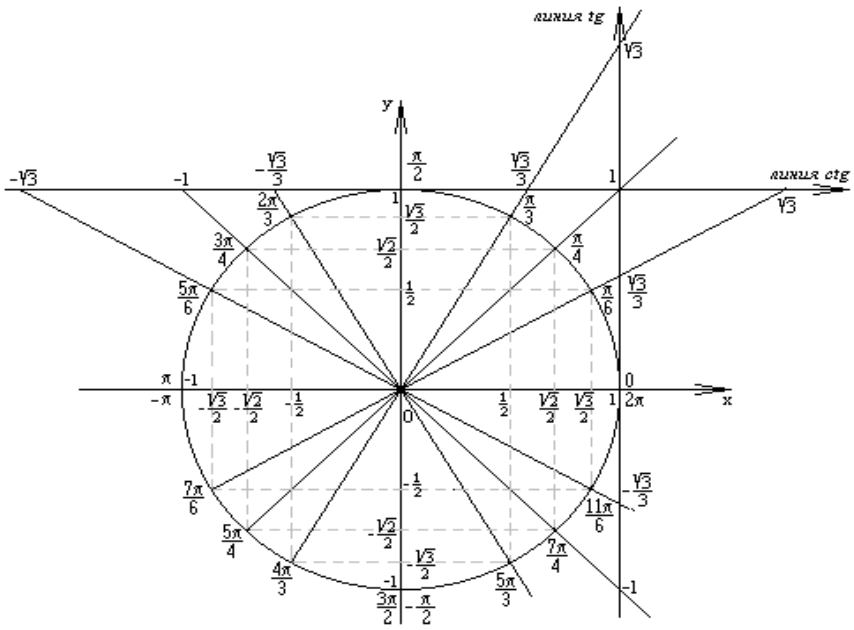
- таблицы значений тригонометрических функций некоторых углов;
- таблицы формул тригонометрии;
- тригонометры;
- микрокалькуляторы.

Ход занятия:

1. Под руководством преподавателя выполнить упражнения тренировочного раздела.
2. Изучить условие заданий для практического занятия.
3. Ответить на контрольные вопросы

Опорный чертеж

На рисунке совмещены декартова система координат и окружность единичного радиуса. Окружность «эквивалентна» понятию координатной прямой (начало отсчета – точка пересечения окружности с положительной частью оси *Ox*, положительное направление – против часовой стрелки, единичный отрезок выражен через число π). На окружности отмечены точки, полученные при повороте радиуса окружности, совпадающего с положительной частью оси *Ox*, на различные углы α. Абсциссы этих точек – $cos\alpha$, ординаты – $sin\alpha$. Дополнительно проведены две касательные к окружности (линии тангенса и котангенса).



Тренировочный раздел

Тема: «***Основные тригонометрические формулы***»

1. Основное тригонометрическое тождество $sin^2\alpha + ... = ...$ выполняется при любых значениях α.
2. Упростите выражения: а) $1 - cos^2\alpha$; б) $(1 - sin\alpha)(1 + sin\alpha)$.
3. Следствием из основного тригонометрического тождества является формула, выражающая $sin\alpha$ через $cos\alpha$: $sin\alpha = ...$
4. Найдите значение тригонометрической функции $cos\alpha$, если известно, что $sin\alpha = \frac{3}{5}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.
5. Тангенсом угла α называется отношение **...** угла α к его **...**: $tg\alpha = ...$
6. Из определения тангенса и котангенса следует: $tg\alpha ctg\alpha = ...$
7. Соотношение между тангенсом и косинусом одного и того же угла $1 + tg^2\alpha = ...$, когда $cos\alpha ....$
8. Формула $tg\alpha = \frac{sin\alpha}{cos\alpha}$ не имеет смысла при $\alpha = ...$
9. Преобразуйте выражения: а) $tg\alpha cos\alpha$; б) $\frac{sin\alpha}{tg\alpha}$; в) $sin^2\beta - sin^2\beta cos^2\beta$.
10. Упростите: а) $\frac{cos\alpha}{1 + sin\alpha} + \frac{1 + sin\alpha}{cos\alpha}$; б) $\frac{1 + tg^4\alpha}{tg^2\alpha + ctg^2\alpha}$.
11. Докажите тождество: $\frac{ctg\alpha}{tg\alpha + ctg\alpha} = cos^2\alpha$.

Тема: «***Формулы приведения***»

1. Знаки тригонометрических функций:

2. Четность и нечетность тригонометрических функций:
   $sin(-\alpha) = ...;$ $cos(-\alpha) = ...;$ $tg(-\alpha) = ...$
   Вывод: четной функцией является **....**
3. Найдите значения выражений: а) $sin(-30^0)$; б) $cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$; в) $tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.
4. Тригонометрические функции углов вида $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$, $\pi \pm \alpha$, $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, $2\pi \pm \alpha$

могут быть выражены через функции угла α с помощью формул приведения:

$sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=...;$ $cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=...;$ $tg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=...;$ $ctg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=...;$

$sin(180^0+\alpha)=...;$ $cos(180^0+\alpha)=...;$ $tg(180^0+\alpha)=...;$ $ctg(180^0+\alpha)=...;$

$sin(360^0-\alpha)=...;$ $cos(360^0-\alpha)=...;$ $tg(360^0-\alpha)=...;$ $ctg(360^0-\alpha)=...;$

$sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=...;$ $cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=...;$ $tg\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=...;$ $ctg\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=....$

5. Вычислите: а) $sin240^0$; б) $tg300^0$; в) $sin\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)tg\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$;

   г) $sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)cos\left(\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)tg\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)$; д) $tg\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)cos\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)$.

Тема: ***«Формулы сложения»***

1. Для любых α *и* β справедливы равенства: а) $sin(\alpha+\beta)=sin\alpha\, cos\beta+...;$
   б) $cos(\alpha-\beta)=cos\alpha\, cos\beta+...;$ в) $tg(\alpha+\beta)=....$

2. Вычислите: а) $sin75^0$; б) $cos105^0$.
3. Упростите: а) $cos33^0\, cos63^0-sin33^0\, sin63^0$; б) $sin\frac{5\pi}{7}cos\frac{2\pi}{7}+cos\frac{5\pi}{7}sin\frac{2\pi}{7}$;

   в) $sin27^0 20'\, cos32^0 40'+cos27^0 20'\, sin32^0 40'$; г) $\frac{tg73^0-tg13^0}{1+tg73^0 tg13^0}$.

Тема: ***«Формулы двойного угла»***

1. $sin2\alpha=2....$
2. $tg2\alpha=\frac{2tg\alpha}{...}$.
3. Упростите: а) $\frac{sin2\alpha}{sin\alpha}$; б) $(sin\alpha-cos\alpha)^2$.
4. Вычислите: а) $2sin75^0\, cos75^0$; б) $sin15^0\, cos15^0$; в) $\frac{1-ctg^2 15^0}{2ctg15^0}$.

Тема: ***«Формулы суммы и разности тригонометрических функций»***

1. Формула суммы синусов двух углов: $sin\alpha+sin\beta=2....$
2. Формула разности косинусов двух углов: $cos\alpha-cos\beta=2....$
3. Формула суммы тангенсов двух углов: $tg\alpha+tg\beta=\frac{...}{cos\alpha\, cos\beta}$.
4. Преобразуйте в произведения: а) $sin15\alpha+sin3\alpha$; б) $cos27\alpha+cos17\alpha$;
   в) $cos5^0-cos15^0$; г) $sin^2 43^0-sin^2 13^0$.
5. Упростите: а) $\frac{sin7\alpha+sin\alpha}{cos7\alpha+cos\alpha}$; б) $\frac{cos4\alpha+cos6\alpha}{cos\alpha+cos9\alpha}$; в) $tg3\alpha-tg\alpha$.
6. Докажите тождества:

а) $\dfrac{sin56^0 + sin14^0}{cos56^0 + cos14^0} = ctg55^0$;

б) $\dfrac{sin3\alpha + sin7\alpha}{cos3\alpha + cos7\alpha} = ctg\left(\dfrac{\pi}{2} - 5\alpha\right)$.

7. Докажите, что $sin20^0 + sin40^0 - cos10^0 = 0$.

Варианты заданий:

Вариант 1

1. Дано: $cos\alpha = -0{,}6;\ \dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Найдите:

а) $sin\alpha$; б) $sin2\alpha$; в) $tg\left(\dfrac{\pi}{4} + \alpha\right)$.

2. При всех допустимых значениях α докажите тождество $\dfrac{cos\alpha - cos5\alpha}{sin5\alpha + sin\alpha} = tg2\alpha$.

Вариант 2

1. Упростите выражение $\dfrac{2sin(\pi - \alpha)cos\alpha}{cos(\pi + \alpha)sin^3\left(\dfrac{3\pi}{2} + \alpha\right) - sin(\pi - \alpha)cos^3\left(\dfrac{3\pi}{2} + \alpha\right)}$.

2. Докажите тождества:

а) $\dfrac{1 - cos2t + sin2t}{1 + sin2t + cos2t} = tgt$; б) $cos\left(\dfrac{\pi}{3} + \alpha\right) + cos\left(\dfrac{\pi}{3} - \alpha\right) = cos\alpha$.

Вариант 3

1. Дано: $sin\alpha = 0{,}8;\ \dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Найдите:

а) $cos\alpha$; б) $sin2\alpha$; в) $tg\left(\dfrac{\pi}{4} - \alpha\right)$.

2. При всех допустимых значениях α докажите тождество $\dfrac{sin3\alpha - sin\alpha}{cos3\alpha + cos\alpha} = tg\alpha$.

Вариант 4

1. Упростите выражение $\dfrac{cos\left(\dfrac{3\pi}{2} + \alpha\right)sin^3(\pi - \alpha) - cos(\pi + \alpha)sin^3\left(\dfrac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{2sin\alpha cos(2\pi - \alpha)}$.

2. Докажите тождества:

а) $\dfrac{1 + cos2t - sin2t}{1 + sin2t + cos2t} = tg\left(\dfrac{\pi}{4} - t\right)$; б) $sin\left(\dfrac{\pi}{6} + \alpha\right) = cos\alpha + cos\left(\alpha - \dfrac{2\pi}{3}\right)$.

Вариант 5

1. Вычислите $sin(\alpha+\beta)$, если $cos\alpha = -\frac{8}{17}$, $cos\beta = \frac{4}{5}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$.

2. При всех допустимых значениях α упростите выражение:

а) $1 + cos2\alpha - 2sin^2\alpha$; б) $\frac{2sin^2\alpha}{1+cos(\pi-2\alpha)} - sin^2\alpha$.

Вариант 6

1. Найдите $tg(\alpha+\beta)$, если $tg\alpha = \frac{3}{4}$, $cos\beta = \frac{3}{5}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$.

2. Упростите выражение при всех допустимых значениях α:

а) $\frac{2cos\alpha - sin2\alpha}{sin^2\alpha - sin\alpha + cos^2\alpha}$; б) $\frac{2cos^2\alpha}{1-sin(1{,}5\pi+2\alpha)} - cos^2\alpha$.

Контрольные вопросы:

1. Что такое угол в 1 радиан?
2. Дайте определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла α.
3. Как зависят знаки $sin\alpha$, $cos\alpha$, $tg\alpha$, $ctg\alpha$ от того, в какой координатной четверти расположена точка P_α? Назовите эти знаки.

Практическое занятие по теме: «Функции, их свойства и графики»

Цель работы:

1. Обобщить теоретические знания по теме: «Функции, свойства и графики».
2. Рассмотреть алгоритмы решений заданий по теме: «Функции, свойства и графики»,
3. Ответить на контрольные вопросы.

Оборудование:

- справочные материалы по алгебре;
- микрокалькуляторы;
- учебники.

Ход занятия:

1. Изучить условие заданий для практического занятия.
2. Выполнить практические задания
3. Ответить на контрольные вопросы:

Варианты заданий:

Вариант 1

1. Построить графики функций: $y = x^2$; $y = x^2-3$; $y = (x+2)^2$
2. Выяснить, является ли функция $y = x^5-x^3$ чётной, нечётной или другой.
3. Даны функции f(x) = и g(t) = $3t^2+1$. Найдите функцию f(g(t)).

4. Найдите функцию обратную данной функции y = 6x-7
5. Вычислите: f(-2), если f(x) = x^3+5

Вариант 2

1. Построить графики функций: y = x^2; y = x^2+3; y = $(x-2)^2$
2. Выяснить, является ли функция y = x^6-x^4 чётной, нечётной или другой.
3. Даны функции f(x) = x^2+5 и g(t) = t+4. Найдите функцию f(g(t)).
4. Найдите функцию обратную данной функции y = 5x+13
5. Вычислите: f(-2), если f(x) = x^3+5

Вариант 3

1. Построить графики функций: y = x^2; y = x^2 -1; y = $(x+3)^2$
2. Выяснить, является ли функция y = x^4- x^3 чётной, нечётной или другой.
3. Даны функции f(x) = $5t^4 + 8$ и g(t) = $3t^2$-5. Найдите функцию f(g(t)).
4. Найдите функцию обратную данной функции y = x-12
5. Вычислите: f(-12), если f(x) = x^2-9

Вариант 4

1. Построить графики функций: y = x^2; y = x^2 -2; y = $(x -3)^2$
2. Выяснить, является ли функция y = x^2- x^3 чётной, нечётной или другой.
3. Даны функции f(x) =$-7t^3 - 12$ и g(t) = $4t^2$ + 5. Найдите функцию f(g(t)).
4. Найдите функцию обратную данной функции y = x + 12
5. Вычислите: f(-2), если f(x) = x^3-18

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение функции. Приведите примеры пар переменных величин, связанных между собой некоторой функциональной зависимостью.
2. Перечислите способы задания функции.
3. Дайте определение графика функции.
4. Перечислите основные типы преобразования графиков функций.
5. Дайте определение функции непрерывной на отрезке и непрерывной в точке.
6. Дайте определение: а) возрастающей; б) убывающей; в) строго монотонной; г) невозрастающей; д) неубывающей; е) монотонной; ж) ограниченной снизу; з) ограниченной сверху; и) ограниченной; к) чётной; л) нечётной; м) периодической; н) сложной; о) обратной функций.

Практическое занятие по теме: «Тригонометрические уравнения и неравенства»

Цель работы:

1. Закрепить навыки определения типов тригонометрических уравнений (простейшее, квадратное относительно $\sin x$, $\cos x$, tgx, однородное относительно $\sin x$ и $\cos x$, уравнение, решаемое разложением на множители левой части).
2. Усвоить алгоритмы решения основных типов тригонометрических уравнений и простейших тригонометрических неравенств.

Оборудование:

- карты индивидуальных заданий;
- таблицы значений тригонометрических функций некоторых углов;

- таблицы частных случаев решения простейших тригонометрических уравнений;
- таблицы формул тригонометрии.

Ход занятия:

1. По образцу выполнить тренировочные задания.
2. Изучить условие задания для самостоятельной работы.
3. Ответить на контрольные вопросы:

Указания к выполнению практического занятия:

Пример 1. Вычислите: $2\,arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)+arccos\left(-\frac{1}{2}\right)+arcctg1$.

Решение:

$$2\,arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)+arccos\left(-\frac{1}{2}\right)+arcctg1=$$

$$=-2\,arcsin\frac{1}{2}+\left(\pi-arccos\frac{1}{2}\right)+arctg1=-2\cdot\frac{\pi}{6}+\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{12}.$$

Задания для самоконтроля:

Вычислите: а) $sin\left(arcsin\frac{1}{2}\right)$; б) $cos(arctg1)$; в) $3\,arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}+arctg(-1)$;

г) $2\,arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+arctg\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Пример 2. Решите уравнение: $sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=-1$.

Решение:

По формуле частного случая:

$$\frac{\pi}{4}-x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ \ -x=-\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ \ -x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ \ x=\frac{3\pi}{4}-2\pi n,\ n\in Z.$$

Пример 3. Решите уравнение: $2\,cos\,3x=-\sqrt{2}$.

Решение:

Разделим левую и правую части уравнения на 2: $cos\,3x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

По формуле $t=\pm arccosa+2\pi n$ получаем:

$$3x=\pm arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+2\pi n,\ \ 3x=\pm\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)+2\pi n,\ \ 3x=\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi n.$$

Разделим левую и правую части уравнения на 3: $x=\pm\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi n}{3},\ n\in Z$.

Пример 4. Решите уравнение: $3tg\frac{5}{3}x-1=0$.

Решение:

Выразим $tg\frac{5}{3}x$: $3tg\frac{5}{3}x=1$, $tg\frac{5}{3}x=\frac{1}{3}$.

По формуле $t=arctga+\pi n$ получаем: $\frac{5}{3}x=arctg\frac{1}{3}+\pi n$.

Разделим левую и правую части уравнения на $\frac{5}{3}$: $x=\frac{3}{5}arctg\frac{1}{3}+\frac{3\pi n}{5}$, $n\in Z$.

***Задания для самоконтроля*:**

Решите уравнения: а) $2sin3x=-1$; б) $-2cos\left(-\frac{x}{2}\right)=1$; в) $\sqrt{3}tg\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-1=0$.

Варианты заданий:

Вариант 1

1.Решить уравнения:

а) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

б) $3sin^2x-5sinx-2=0$

в) $tg2x\cdot cosx=0$

г) $sin^2x+2sinxcosx-3cos^2x=0$

2.Решить неравенство: $\sin x>\frac{1}{2}$

Вариант 2

1.Решить уравнения:

а) $2\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)+\sqrt{2}=0$

б) $3sin^2 2x+10sin2x+3=0$

в) $tgx\cdot cos2x=0$

г) $sin^2x-4sinxcosx+3cos^2x=0$

2.Решить неравенство $\cos x<0{,}5$

Вариант 3

1.Решить уравнения:

а) $2\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sqrt{2}$

б) $6cos^2x+cosx-1=0$

в) $sinx-2sinxcosx=0$

г) $sin^2x+4sinxcosx-5cos^2x=0$

2.Решить неравенство $\sin x>0$

Вариант 4

1.Решить уравнения:

а) $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\cos\frac{\pi}{6}$

б) $2cos^2 3x - 5cos3x - 3 = 0$

в) $2cosx + \sqrt{3}cosxsinx = 0$

г) $sin^2 x - 4sinxcosx - 5cos^2 x = 0$

2.Решить неравенство cosx < 0

Контрольные вопросы:

1. Дайте определения арксинуса, арккосинуса арктангенса и арккотангенса числа *a*.
2. Перечислите свойства обратных тригонометрических функций.
3. Вспомните формулы, с помощью которых решают простейшие тригонометрические уравнения.
4. Какой вид имеет квадратное тригонометрическое уравнение относительно $sin\,x,\ cos\,x,\ tgx$? Объясните алгоритм его решения.
5. Какой вид имеет однородное относительно $sin\,x$ и $cos\,x$ тригонометрическое уравнение? Какова методика его решения?
6. Вспомните формулы, с помощью которых решают простейшие тригонометрические уравнения.

Раздел 2. Прямые и плоскости в пространстве

Практическое занятие по теме: «Параллельность прямых и плоскостей»

Цель работы:

1. Формирование логического мышления, пространственного воображения через решение задач;
2. Развить умение составлять наглядные рисунки для задач;
3. Воспитывать самостоятельные навыки.

Оборудование:

- учебники
- измерительные инструменты;
- справочный материал по геометрии.

Ход занятия:

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Выполнить задания по образцу.
3. Ответить на контрольные вопросы.

Задания для самоконтроля:

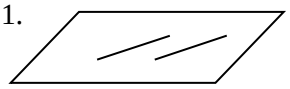
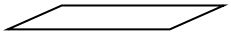
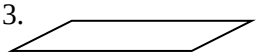
1) Сформулируйте определение параллельных прямых в пространстве

_____

_____

_____

2) По данному образцу опишите все возможные способы построения плоскости и сделайте рисунки.

1. 	Через две параллельных прямые можно провести плоскость и притом только одну.
2. 	
3. 	

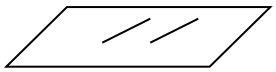
3) Докажите, что все прямые, пересекающие две данные параллельные прямые, лежат в одной плоскости.

Доказательство:

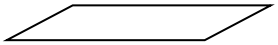
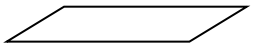
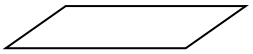
_____

_____

_____



4) По образцу задачи №2 опишите три возможных случая взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве и сделайте рисунки.

	_____ _____
	_____ _____
	_____ _____

5) Сформулируйте признак параллельности плоскостей в пространстве.

_____

_____

_____

6) Даны две параллельные плоскости. Через точки A и B одной плоскости проведены параллельные прямые, пересекающие другую плоскость в точках A_1 и B_1. Найдите длину отрезка A_1B_1, если AB=a. Сделайте рисунок.

Решение:

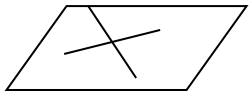
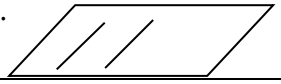
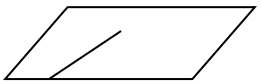
_____

_____

_____

_____

7) Укажите по рисунку случай взаимного расположения прямых в пространстве.

1. 	А. скрещивающиеся прямые.
2. 	В. Пересекающиеся прямые.
	С. Параллельные прямые.

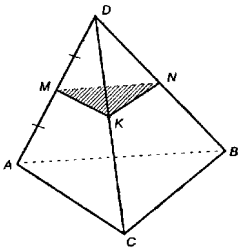
Ответ: 1_____, 2_____, 3_____

Образец выполнения заданий

1. Точка М лежит на середине ребра AD тетраэдра DABC. Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точку М параллельно основанию ABC.

Решение:

Т.к. секущая плоскость проходит параллельно основанию => отрезки параллельных плоскостей будут параллельны по свойству параллельности плоскостей (1°. Если 2-е параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения будут параллельны).



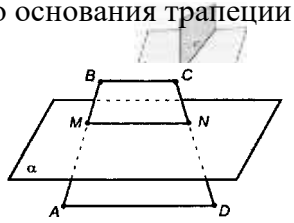
1. Построим через т. М, MN‖AB.

2. Построим через т. N, NK‖BC.

3. Соединим МК по 2*.

4. MNK - искомое сечение.

2. Средняя линия трапеции лежит в плоскости α. Докажите, что основания трапеции параллельны плоскости α.



Дано:

ABCD - трапеция
MN - средняя линия трапеции, MN ⊂α.

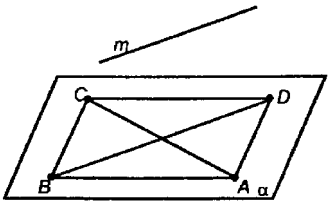
Доказать: BC‖α, AD‖α.
Доказательство:

Т.к. MN - средняя линия трапеции, то по свойству средней линии MN‖AD, MN‖BC =>

BC‖α, AD‖α по признаку параллельности прямой и плоскости (***Признак ▮ - ти прямой и плоскости).*** Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости), ч.т.д.

3. Прямая m параллельна диагонали BD ромба ABCD и не лежит в плоскости ромба. Докажите, что m и AC - скрещивающиеся прямые.

Дано:
ABCD - ромб



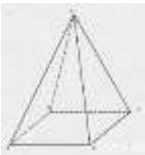
m ∥BD, m ⊄ α.

Доказать: m∸AC.

Доказательство:

Т.к. прямая m ∥ BD => m ∥ ABCD по признаку параллельности прямой и плоскости. По определению параллельных прямых m и BD лежат в одной плоскости, а т.к. AC BD в точке не лежащей на прямой m, то по признаку скрещивающихся прямых, m∸AC (***Признак (∸ прямых):*** Если одна из 2-х прямых лежит в некоторой плоскости, а другая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся). ч.т.д.

Варианты заданий:

I вариант	II вариант
1. Построить параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и найти пары: 1) параллельные прямые к AD; 2) скрещивающиеся прямые к AB.	1. Построить параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и найти пары: 1) параллельные прямые к C_1D_1 ; 2) скрещивающиеся прямые к A_1D_1.
2. Точка M лежит на середине ребра AD тетраэдра DABC. Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости BDC.	2. Точка M лежит на середине ребра DC тетраэдра DABC. Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости ADB.
3. Точка M∉ плоскости параллелограмма ABCD. Доказать, что CD ABM.	3. Точка A∈ α и т.B ∈ α, а точка C∉ α. Докажите, что прямая проходящая через середины AC и BC ▮ -на плоскости α.
4. Даны параллелограмм ABCD и трапеция ABEK с основанием EK, не лежащие в одной плоскости. Докажите, что AD∸EK.	4. Дан параллелограмм ABCD м точка S∉ ABCD. Точки M и N - середины SB и SC. Доказать, что MN∸CD.
5. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точки K,L,M и N середины сторон AD,BC, B_1C_1 и A_1D_1 соответственно. Докажите, что плоскость KLMN ▮ ABB_1A_1.	5. Дана четырехугольная пирамида SABCD. Точки K,L,M и N - середины ребер SA,SB,SC и SD соответственно. Докажите, что плоскость KLMN ▮ ABCD. 

Практическое занятие по теме: «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Цель работы:

1. Формирование логического мышления, пространственного воображения через решение задач;
2. Развить умение составлять наглядные рисунки для задач;
3. Воспитывать самостоятельные навыки

Оборудование:

- учебники;
- измерительные инструменты;
- справочный материал по геометрии

Ход занятия:

1. Изучить условие заданий для практического занятия.
2. Ответить на контрольные вопросы.
3. Оформить отчет о работе.

Варианты заданий:

Вариант 1

1. Известно, что прямые *a* и *b* параллельны, прямая *a* перпендикулярна плоскости α, прямая *c* лежит в плоскости α. Каково взаимное расположение прямых *b* и *c*? Сделайте чертеж и обоснуйте ответ
2. Дан прямоугольник со сторонами 3 и 4см, в точке пересечения диагоналей прямоугольника восстановлен перпендикуляр к плоскости прямоугольника, длина которого 1

Вариант 2

1. Длина наклонной 18 см. Угол между наклонной и плоскостью 30^0. Чему равна длина проекции наклонной на эту плоскость?
2. Дан прямоугольный треугольник со сторонами 3 и 4см, в вершине острого угла восстановлен перпендикуляр к плоскости треугольника, длина которого 7см. Найти расстояние от вершины перпендикуляра до вершин треугольника.

Вариант 3

1. Точки A и B расположены по одну сторону плоскости α, AC и BD – перпендикуляры к этой плоскости, AC=6 см, BD=3 см, CD=18 см. Найдите расстояние между точками A и B.
2. Дан прямоугольник со сторонами 3 и 4см, в точке пересечения диагоналей прямоугольника восстановлен перпендикуляр к плоскости прямоугольника, длина которого 7см. Найти расстояние от вершины перпендикуляра до сторон прямоугольника.

Вариант 4

1. Прямая *a* перпендикулярна каждой из двух пересекающихся прямых *c* и *d,* принадлежащих плоскости α. Прямая *b* параллельна прямой *a*. Как расположена прямая *b* по отношению к плоскости α? Сделайте чертеж ответ обоснуйте.
2. Из точки лежащей вне плоскости проведены к этой плоскости две наклонные под углом 30^0, равные $2\sqrt{3}$. Их проекции образуют между собой угол 120^0. Определить расстояние между основаниями наклонных.

Контрольные вопросы:

1. Какие прямые в пространстве называются перпендикулярными?
2. Дайте определение перпендикулярности прямой и плоскости.
3. Сформулируйте признак перпендикулярности прямой и плоскости.
4. Сформулируйте теоремы о взаимном расположении прямых и плоскостей в пространстве.
5. Что такое перпендикуляр, опущенный из данной точки на плоскость?

6. Что называется расстоянием от точки до плоскости ?
7. Что такое наклонная, проведенная из данной точки к плоскости? Что такое проекция наклонной?
8. Сформулируйте теорему о трёх перпендикулярах.

Раздел 3. Координаты и векторы

Практическая работа по теме: «Декартовы координаты в пространстве»

Цель занятия:

1. Закрепить знания и совершенствовать умения по нахождению координат точек и координат векторов;
2. Нахождение скалярного произведения векторов;
3. Выполнять простейшие задачи в координатах.

Оборудование:

- учебники;
- измерительные инструменты;
- справочный материал по геометрии

Ход занятия:

1. Изучить условие заданий для практического занятия.
2. Ответить на контрольные вопросы.
3. Оформить отчет о работе.

Образец выполнения заданий

1. **Найдите:**

а) длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если точка A(3;-1;5) и B(2;3;-4)

б) скалярное произведение векторов

Решение:

а) $\overrightarrow{AB}\{2-3;\ 3-(-1);\ -4-5\} = \{-1;\ 4;\ -9\}$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-1)^2 + 4^2 + (-9)^2} = \sqrt{1+16+81} = \sqrt{98}$

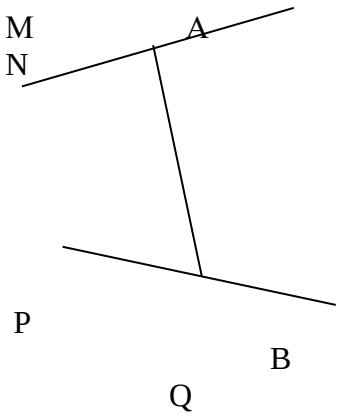
б) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot 0 + 0 \cdot (-1) + (-1) \cdot 2 = -2$

Ответ:

б) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$

3. **Даны точки** M(2;-1;3), N(-4;1;-1), P(-3;1;2) и Q(1;1;0). Вычислить расстояние между серединами отрезков MN и PQ (на рис. AB)

Решение



A

B $\left(\frac{-3+1}{2};\frac{1+1}{2};\frac{2+0}{2}\right)=(-1;1;1)$

AB=$\sqrt{(-1-(-1))^2+(1-0)^2+(1-1)^2}=\sqrt{0+1+0}=1$

3. Определить вид Δ ABC, если A(2;4;-1), B(4;8;-2) и C(0;0;0)

Решение:

Найдем длины сторон треугольника AB, BC и AC

AB=$\sqrt{(4-2)^2+(8-4)^2+(-2-(-1))^2}=\sqrt{4+16+1}=\sqrt{21}$

BC=$\sqrt{(0-4)^2+(0-8)^2+(0-(-2))^2}=\sqrt{16+64+4}=\sqrt{84}$

AC=$\sqrt{(0-2)^2+(0-4)^2+(0-(-1))^2}=\sqrt{4+16+1}=\sqrt{21}$

AB=AC => Δ ABC равнобедренный

Ответ: Δ ABC равнобедренный

Вариант 1

1. Найдите координаты ортогональных проекций точек A(1; 3; 4) и B(5; -6; 2) на а) плоскость Oxy; б) плоскость Oyz; в) ось Ox; г) ось Oz.
2. На оси z найдите точку, равноудаленную от двух точек A(-2; 1; 4) и B(3; 0; 1).
3. Найдите длину отрезка, соединяющего точки а) A(2; 0; -1) и B(3; -2; 1) ; б) A(1; 2; 3) и B(-1; 0; 5)

Вариант 2

1. Найдите координаты ортогональных проекций точек A(2; -6; 5) и B(-3; 4; -1) на а) плоскость Oxz; б) плоскость Oxy; в) ось Oy; г) ось Ox.
2. На оси y найдите точку, равноудаленную от двух точек A(1; -3; 7) и B(5; 7; -3).
3. Найдите длину отрезка, соединяющего точки а) A(6; -2; 3) и начало координат ; б) A(1; 2; 3) и B(x; 2; -3)

Контрольные вопросы:

1. Нарисовать систему координат в пространстве и отметить на ней название координатных осей, единичные вектора;
2. Записать какие координаты имеют единичные вектора;
3. Дать определение радиус-вектора
4. Записать формулы координат середины отрезка, длины вектора и расстояние между двумя точками

5. Записать формулы скалярного произведения через длины векторов и координаты векторов.

Практическое занятие по теме: «Векторы в пространстве»

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Координаты и векторы в пространстве». Закрепить и систематизировать знания по теме.
2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование:

- учебники;
- измерительные инструменты;
- справочный материал по геометрии

Ход занятия:

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Ответить на контрольные вопросы.
3. Оформить отчет о работе.

Варианты практического занятия:

Вариант 1

1. Даны точки А (3; – 1; 2) и В (5; 1; 1). Найдите:
   а) координаты вектора $\overline{AB}$; б) $|\overline{AB}|$.
2. Даны векторы $\bar{a}$ (– 2; 3; 1) и $\bar{b}$ (4; – 1; 2). Найдите:
   а) координаты вектора $2\bar{a} - \bar{b}$;
   б) при каком значении *y* и *z* вектор $\bar{c}$ (8; *y*; *z*) и вектор $\bar{a}$ коллинеарны?
3. Найдите скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$, если:
   а) $\bar{a}$ (2; – 4; 1), $\bar{b}$ (3; 2; – 1); б) $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 4$, $\cos(\bar{a}\,\bar{b}) = \frac{1}{6}$.
4. Найдите значение *m*, при котором векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ перпендикулярны, если $\bar{a}$ (2; – 4; *m*), $\bar{b}$ (3; – 1; 5).
1. Найдите cos ∠φ между векторами $\bar{a}$ (2; 3; – 1) и $\bar{b}$ (3; – 1; 2).

Вариант 2

1. Даны точки А (3; – 1; 2) и В (5; 1; 1). Найдите:
   а) координаты вектора $\overline{BA}$; б) $|\overline{BA}|$.
2. Даны векторы $\bar{a}$ (– 2; 3; 1) и $\bar{b}$ (4; – 1; 2). Найдите:
   а) координаты вектора $\bar{a} + 3\bar{b}$;
   б) при каком значении *y* и *z* вектор $\bar{c}$ (8; *y*; *z*) и вектор $\bar{b}$ коллинеарны?
3. Найдите скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$, если:
   а) $\bar{a}$ (– 2; 3; 1), $\bar{b}$ (– 1; – 1; 4); б) $|\bar{a}| = 2$, $|\bar{b}| = 5$, $\cos(\bar{a}\,\bar{b}) = 0{,}1$.

4. Найдите значение m, при котором векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ перпендикулярны, если $\bar{a}$ (3; 2; – 1), $\bar{b}$ (2; m; – 2).

5. Найдите cos ∠φ между векторами $\bar{a}$ (3; 2; – 1) и $\bar{b}$ (– 1; 2; 3).

Вариант 3

1. Даны точки А (3; – 1; 5) и В (4; 1; 3). Найдите:
   а) координаты вектора $\overline{AB}$; б) $|\overline{AB}|$.
2. Даны векторы $\bar{a}$ (3; – 4; 2) и $\bar{b}$ (– 2; 1; 6). Найдите:
   а) координаты вектора $2\bar{a} + \bar{b}$;
   б) при каком значении x и y вектор $\bar{c}$ (x; y; 5) и вектор $\bar{a}$ коллинеарны?
3. Найдите скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$, если:
   а) $\bar{a}$ (3; – 1; 2), $\bar{b}$ (2; 3; – 4); б) $|\bar{a}| = 2$, $|\bar{b}| = 3$, $\cos(\bar{a}\,\bar{b}) = \frac{1}{2}$
4. Найдите значение m, при котором векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ перпендикулярны, если $\bar{a}$ (3; – 1; m), $\bar{b}$ (2; 4; 3).
5. Найдите cos ∠φ между векторами $\bar{a}$ (– 1; 2; 3) и $\bar{b}$ (2; – 1; 3).

Вариант 4

1. Даны точки А (3; – 1; 5) и В (4; 1; 3). Найдите:
   а) координаты вектора $\overline{BA}$; б) $|\overline{BA}|$.
2. Даны векторы $\bar{a}$ (3; – 4; 2) и $\bar{b}$ (– 2; 1; 6). Найдите:
   а) координаты вектора $\bar{a} - 3\bar{b}$;
   б) при каком значении x и y вектор $\bar{c}$ (x; y; 5) и вектор $\bar{b}$ коллинеарны?
3. Найдите скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$, если:
   а) $\bar{a}$ (1; – 2; 4), $\bar{b}$ (2; – 1; 3); б) $|\bar{a}| = 5$, $|\bar{b}| = 3$, $\cos(\bar{a}\,\bar{b}) = 0{,}2$.
4. Найдите значение m, при котором векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ перпендикулярны, если $\bar{a}$ (3; 2; – 1), $\bar{b}$ (m; 3; 1).
5. Найдите cos ∠φ между векторами $\bar{a}$ (3; – 1; 2) и $\bar{b}$ (3; 2; – 1).

Контрольные вопросы:

1 . Дайте определение вектора.
2. Что мы понимаем под: а) длиной или модулем вектора, б) направление вектора?
3. Какие векторы называются: а) равными; б) коллинеарными; в) противоположными?
4. Объясните, что мы называем: а) суммой, б) разностью двух векторов? Как их построить?
5. Какие свойства сложения векторов вы знаете?
6. Что мы понимаем под произведением вектора на число?
7. Какие свойства произведения вектора на число вы знаете?
8. Дайте определение скалярного произведения двух векторов.
9. Как построить прямоугольную систему координат: а) на плоскости; б) в пространстве?
10. По какой формуле вычисляется скалярное произведение двух векторов в координатах?
11. По какой формуле вычисляется угол между двумя векторами в координатах?

Раздел 4. Начала математического анализа

Практическое занятие по теме: « Производная»

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Вычисление производных алгебраических функций».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование:

- учебники;
- таблица производных элементарных функций;
- микрокалькуляторы

Ход занятия:

1. Ответить на контрольные вопросы:
   а) Сформулируйте определение производной функции.
   б) Сформулируйте правила вычисления производных алгебраических функций. По образцу выполнить тренировочные задания.
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе.

Указания к выполнению практических заданий:

Пример 1. Решите неравенство: $\frac{f'(x)}{g'(x)} \le 0$, если $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x,\ g(x) = 2x - 1{,}5x^2$.

Решение. Пользуясь правилами дифференцирования алгебраических функций и формулами дифференцирования элементарных функций, вычислим производные:

$$f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x\right)' = \frac{1}{3}\left(x^3\right)' - 3\left(x^2\right)' + 5(x)' = x^2 - 6x + 5;$$

$$g'(x) = \left(2x - 1{,}5x^2\right)' = 2(x)' - 1{,}5\left(x^2\right)' = 2 - 3x.$$

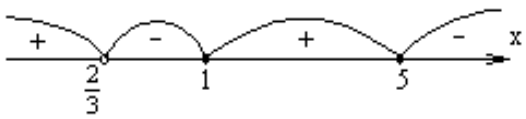
Таким образом, нужно решить неравенство:

$$\frac{x^2 - 6x + 5}{2 - 3x} \le 0.$$

Разложим числитель дроби на множители:

$$x^2 - 6x + 5 = 0,\ x_1 = 1,\ x_2 = 5;\quad x^2 - 6x + 5 = (x-1)(x-5).$$

Неравенство $\frac{(x-1)(x-5)}{2-3x} \le 0$ методом интервалов.



Нули числителя: $x = 1$, $x = 5$. Нуль знаменателя: $x = \frac{2}{3}$.

О т в е т: $\left(\frac{2}{3};1\right]\cup[5;+\infty)$.

Варианты заданий

Вариант 1

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:
   а) y = $5x^4-3{,}5x^2+x+6$; б) y = $\left(\frac{8}{x}+x^2\right)\sqrt{x}$; в) y = $\frac{1+x}{4-x^2}$; г) y = 2sin(3x+$\frac{\pi}{6}$)
2. Решите уравнение $f'(x)=0$, если $f(x)=\left(4-\sqrt{x}\right)^2$.

Вариант 2

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:
   а) y = $\frac{5}{x}-x^3+\sqrt{x}+3$; б) y = $\left(x^2-3x-2\right)\sqrt{x}$; в) y = $\frac{1-x^2}{1-x^3}$; г) y = $(1-4x)^{12}$
2. Решите неравенство $f'(x)>0$, если $f(x)=2x^3-9x^2+12x+5$.

Вариант 3

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:
   а) y = $0{,}7x^5-\frac{2}{3}x^3+0{,}75x^2+\frac{1}{10}$; б) y = $(x+2)\sin x$; в) y = $\frac{x^2}{x+3}$; г) y = 4 cos($2\pi+2x$)
2. Решите уравнение $f'(x)=0$, если $f(x)=x^4-2x^2+1$.

Вариант 4

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:
   а) y = $2x^{10}+0{,}05x^4-\frac{1}{7}x+0{,}3$; б) y = $\left(4-x^2\right)\cos x$; в) y = $\frac{\sin x}{2-x^3}$; г) y =$(5x^2+4)^3$
2. Решите уравнение $f'(x)=0$, если $f(x)=-\frac{x^5}{5}+\frac{10x^3}{3}-9x$.

Практическое задание по теме: «Применение непрерывности и производной»

Физический смысл производной.

Цель работы:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме « Физический смысл производной»
2. Закрепить и систематизировать знания по теме « Физический смысл производной»
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование:
- инструкционно - технологические карты;
- таблица производных элементарных функций;
- микрокалькуляторы.

***Ход занятия*:**

1. Ответить на контрольные вопросы:
   а) В чем состоит механический смысл производной?
   б) Тело движется по прямой согласно закону *x(t)*. Запишите формулы для нахождения скорости и ускорения тела в момент времени *t*.
2. По образцу выполнить тренировочное задание.
3. Изучить условие заданий для практической работы.
4. Оформить отчет о работе.

Указания к выполнению практических заданий:

Пример 1. Тело движется по прямой согласно закону $x(t)=t^3-2t+5$. Найдите скорость и ускорение точки в момент времени $t_0=4$.

Решение. Скорость движения – это производная от пути по времени, следовательно,

$$v(t)=x'(t)=\left(t^3-2t+5\right)'=3t^2-2.$$

Значит, в момент времени $t_0=4$ скорость данного движения такова: $v(4)=3\cdot 4^2-2=46$.

Так как нам известна скорость движения как функция времени, мы можем найти ускорение этого движения: $a(t)=v'(t)=\left(3t^2-2\right)'=6t$.

Значит, в момент времени $t_0=4$ ускорение данного движения равно: $a(4)=6\cdot 4=24$.

Ответ: 46; 24

Варианты заданий:

Вариант 1

1. Скорость точки, движущейся по прямой по закону $x(t)=\frac{1}{3}t^3-5t^2$, равна

   а) $\frac{1}{3}t^2-5t$; б) t^3-5t; в) t^2-10t; г) $\frac{1}{3}t^4-5t^3$.
2. Точка движется по прямой по закону $s(t)=2t^2-3t-1$. Её мгновенная скорость $v(3)$ равна:

   а) 8; б) 6; в) 10; г) 9.
3. Ускорение точки, движущейся по прямой по закону $s(t)=t^3-5t^2$ равно:

   а) $2(3t-5)$; б) $9t^2-10$; в) $3t^2-10t$; г) $6t-8$.
4. Тело массой m движется по закону $x(t)=3cos3\pi t$. Сила, действующая на тело в момент времени $t=\frac{1}{3}$, равна:

   а) 0; б) $27\pi^2m$; в) $9\pi^2m$; г) $9m$.

Вариант 2

1. Скорость точки, движущейся по прямой по закону $x(t)=\frac{1}{2}t^2-4t$, равна

а) $\frac{1}{2}t^2 - 4t$; б) $t^2 - 4t$; в) $\frac{1}{2}t^3 - 4t^2$; г) $t - 4$.

2. Точка движется по прямой по закону $s(t) = 4t^2 - 5t + 7$. Её мгновенная скорость $v(2)$ равна:

   а) 11; б) 13; в) 12; г) 10.

3. Ускорение точки, движущейся по прямой по закону $s(t) = 2t^2 - t^3$ равно:

   а) $6 - 6t$; б) $2(2 - 3t)$; в) $-3t^2 + 4t$; г) $-3t + 4$.

4. Тело массой m движется по закону $x(t) = -2\sin 2\pi t$. Сила, действующая на тело в момент времени $t = \frac{1}{4}$, равна:

   а) 0; б) $8m$; в) $8\pi^2 m$; г) $4\pi^2 m$.

Вариант 3

1. Скорость точки, движущейся по прямой по закону $x(t) = 3t^3 + 2t^2$, равна

   а) $9t^2 + 4t$; б) $3t^2 + 2t$; в) $9t^2 + 2t$; г) $3t^4 + 2t^3$.

2. Точка движется по прямой по закону $s(t) = -t^2 + 10t - 7$. Её мгновенная скорость $v(1)$ равна:

   а) 6; б) 8; в) 10; г) 9.

3. Ускорение точки, движущейся по прямой по закону $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 6t$ равно:

   а) $t^2 - 6$; б) $3t - 1$; в) $2t$; г) $2t - 6$.

4. Тело массой m движется по закону $x(t) = 2\sin 4\pi t$. Сила, действующая на тело в момент времени $t = \frac{1}{8}$, равна:

   а) 0; б) $16\pi^2 m$; в) $16m$; г) $-32\pi^2 m$.

Вариант 4

1. Скорость точки, движущейся по прямой по закону $x(t) = 2t^3 + \frac{1}{4}t^2$, равна

   а) $2t^2 + \frac{1}{4}t$; б) $6t^2 + 0{,}5t$; в) $6t^2 + \frac{1}{4}t$; г) $6t^2 + 0{,}5$.

2. Точка движется по прямой по закону $s(t) = 3t^2 + 2t - 1$. Её мгновенная скорость $v(3)$ равна:

   а) 18; б) 16; в) 20; г) 14.

3. Ускорение точки, движущейся по прямой по закону $s(t) = t^2 - t$ равно:

   а) $2t - 1$; б) $t - 1$; в) $t^3 - t^2$; г) 2.

4. Тело массой m движется по закону $x(t) = -3\cos 2\pi t$. Сила, действующая на тело в момент времени $t = \frac{1}{2}$, равна:

а) $-12\pi^2 m$; б) 0; в) $-12m$; г) $12m$.

Контрольные вопросы:

1. В чем состоит механический смысл производной?
2. Тело движется по прямой согласно закону *x(t)*. Запишите формулы для нахождения скорости и ускорения тела в момент времени *t*.

I. «Геометрический смысл производной»

***Цель занятия*:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Геометрический смысл производной»
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

***Оборудование**:*

- учебники;
- таблица производных элементарных функций;
- микрокалькуляторы.

Ход занятия:

1. Ответить на контрольные вопросы:

   а) Дайте определение касательной к кривой в данной точке.

   б) Что такое угловой коэффициент касательной?

   в) В чем заключается геометрический смысл производной функции?

   г) Напишите уравнение касательной к кривой в данной точке.
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе.

Варианты заданий:

Вариант 1

1. Угловой коэффициент секущей к графику функции $f(x)=\frac{1}{2}x^2+1$, проходящей через точки с абсциссами $x_1=0, x_2=0{,}5$ равен:

а) 1,25; б) 0,25; в) 1,5; г) 0,625.

2. Угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x$ в точке с абсциссой $x=1$ равен:

а) –1; б) $-2\frac{2}{3}$; в) 1; г) $\frac{1}{3}$.

3. Угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)=2\cos 2x-\sin 4x$ в точке с абсциссой $x=\frac{\pi}{4}$ равен:

а) 8; б) 2; в) –2; г) 0.

4. Уравнением касательной к графику функции $f(x)=\frac{3x^2+2}{x-1}$ в точке с абсциссой $x_0=0$ является:

а) $y=2x-2$; б) $y=2x+2$; в) $y=-2x+2$; г) $y=-2x-2$.

Вариант 2

1. Угловой коэффициент секущей к графику функции $f(x)=2x^2-1$, проходящей через точки с абсциссами $x_1=-0{,}5, x_2=0$ равен:

а) –0,5; б) 0,25; в) –1; г) 0,75.

2. Угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)=-\frac{1}{4}x^4+x^3$ в точке с абсциссой $x=-1$ равен:

а) 3; б) 4; в) 7; г) $\frac{3}{4}$.

3. Угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)=3\sin 3x-\cos 2x$ в точке с абсциссой $x=\frac{\pi}{6}$ равен:

а) $\sqrt{3}$; б) 10; в) $9+\sqrt{3}$; г) 6.

4. Уравнением касательной к графику функции $f(x)=\frac{3+2x^2}{x+1}$ в точке с абсциссой $x_0=0$ является:

а) $y=-3x+3$; б) $y=3x+3$; в) $y=3x-3$; г) $y=-3x-3$.

Вариант 3

1. Угловой коэффициент секущей к графику функции $f(x)=1-\frac{1}{2}x^2$, проходящей через точки с абсциссами $x_1=0{,}5, x_2=1$ равен:

а) 1,25; б) 0,25; в) 1,5; г) –0,75.

2. Угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)=2x^3-\frac{1}{2}x^4$ в точке с абсциссой $x=-1$ равен:

а) 6; б) 4; в) 8; г) –0,75.

3. Угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)=\cos 3x-2\sin 2x$ в точке с абсциссой $x=\frac{\pi}{2}$ равен:

а) 0; б) 7; в) –1; г) 1.

4. Уравнением касательной к графику функции $f(x)=\frac{2x+1}{x^2-1}$ в точке с абсциссой $x_0=0$ является:

а) $y=2x+1$; б) $y=-2x-1$; в) $y=2x-1$; г) $y=-2x+1$.

Вариант 4

1. Угловой коэффициент секущей к графику функции $f(x)=1-2x^2$, проходящей через точки с абсциссами $x_1=-1, x_2=-0{,}5$ равен:
а) 3; б) 0,25; в) 1,5; г) –2.

2. Угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)=3x+\frac{1}{6}x^3$ в точке с абсциссой $x=1$ равен:
а) 4; б) 2,5; в) 1,5; г) 3,5.

3. Угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)=sin\,6x+2\,cos\,3x$ в точке с абсциссой $x=\frac{\pi}{3}$ равен:
а) 1; б) –1; в) 6; г) 0.

4. Уравнением касательной к графику функции $f(x)=\frac{1-3x}{x^2+1}$ в точке с абсциссой $x_0=0$ является:
а) $y=3x+1$; б) $y=3x-1$; в) $y=-3x+1$; г) $y=-3x-1$.

II. «Исследование функции и построение ее графика»

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Исследование функции и построение ее графика».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности обучающихся.

Оборудование:

- таблицы производных элементарных функций;
- микрокалькуляторы.

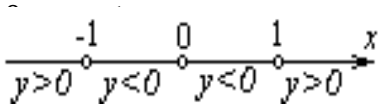
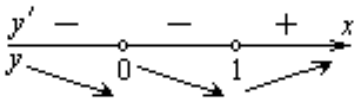
Ход занятия:

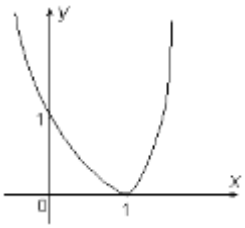
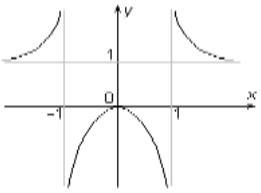
1. Ответить на контрольные вопросы:
   а) Какую точку называют критической (стационарной) точкой функции?
   б) Сформулируйте признак возрастания (убывания) функции.
   в) Сформулируйте признак максимума (минимума) функции.
   г) Опишите схему исследования функции.
2. С помощью обучающей таблицы повторить план исследования функции и изучить образцы решенных примеров.
3. Выполнить задания для самоконтроля (в таблице).
4. Изучить условие заданий для практической работы.
5. Оформить отчет о работе.

Обучающая таблица

Задание. Исследуйте и постройте графики функции:

а) $f(x)=3x^4-4x^3+1$; б) $f(x)=\frac{x^2}{x^2-1}$.

№ шага	План исследования Функции	Применение плана	
		а) $f(x)=3x^4-4x^3+1$	б) $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-1}$
1	Находим область определения функции	$D(f)=R$	$x^2-1=0$, $x=\pm1$, $D(f)=(-\infty;-1)\cup(-1;1)\cup$ $\cup(1;+\infty)$
2	Исследуем функцию на четность, нечетность	$f(-x)=3x^4+4x^3+1\neq\pm f(x)\Rightarrow$ функция ни четная, ни нечетная	$f(-x)=\dfrac{x^2}{x^2-1}=f(x)\Rightarrow$ функция четная
3	Находим нули (корни) функции и промежутки её знакопостоянства	$3x^4-4x^3+1=0$, $(3x^4-3x^3)-$ $-(x^3-1)=0$, $(x-1)^2(3x^2+2x+1)=0$, $x-1=0$, $x=1$ - нуль функции	$\dfrac{x^2}{x^2-1}=0$, x 
4	Находим производную функции и её критические точки	$f'(x)=(3x^4-4x^3+1)'=12x^3-$ $-12x^2=12x^2(x-1)$, $f'(x)=0\Rightarrow x=0;1$ - критические точки функции	$f'(x)=\left(\dfrac{x^2}{x^2-1}\right)'=$ $=\dfrac{2x(x^2-1)-2x^3}{(x^2-1)^2}=-\dfrac{2x}{(x^2-1)^2}$ $f'(x)=0\Rightarrow x=0$ - критическая точка функции
5	Находим промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции	 $y'(-1)<0, y'(0{,}5)<0, y'(2)>0$ x=0 – не является точкой экстремума, x=1 – точка минимума, $y_{min}=y(1)=0$	 $y'(-2)>0, y'(-0{,}5)>0$, $y'(0{,}5)<0, y'(2)<0$, x=0 – точка максимума, $y_{max}=y(0)=0$

6	Находим предел функции при $x \to \pm\infty$	$\lim\limits_{\Delta x \to \pm\infty} \left(3x^4 - 4x^3 + 1\right) = \infty$	$\lim\limits_{\Delta x \to \pm\infty} \dfrac{x^2}{x^2 - 1} = 1$
7	Строим эскиз графика функции		

Варианты заданий

Вариант 1

1. Исследуйте функцию $f(x) = \dfrac{x}{2} - x^4$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$ и постройте ее график.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ на отрезке $[0;3]$.

Вариант 2

1. Исследуйте функцию $f(x) = x^3 - 3x$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = -\dfrac{1}{3}x^3 + 1{,}5x^2$ и постройте ее график.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = -x^4 + 2x^2 + 3$ на отрезке $[0;4]$

Вариант 3

1. Исследуйте функцию $f(x) = \dfrac{x^4}{4} - 2x^2 + 5$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = 2x^3 - 3x^2$ и постройте ее график.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ на отрезке $[-3;5]$

Вариант 4

1. Исследуйте функцию $f(x) = 12x - x^3$ на максимум и минимум.

2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{5}x^5$ и постройте ее график.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^3-3x$ на отрезке $[-1{,}5;2]$

Практическое занятие по теме: «Первообразная»

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Вычисление первообразных функций».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование:

- таблицы первообразных некоторых функций;
- микрокалькуляторы.

Ход занятия:

1. Ответить на контрольные вопросы:
   а) что называется первообразной функции?
   б) сформулируйте основное свойство первообразной.
   в) сформулируйте три правила нахождения первообразных.
   г) запишите формулу Ньютона-Лейбница
2. Изучить образцы решенных примеров.
3. Выполнить задания для самоконтроля.
4. Изучить условие заданий для практической работы.
5. Оформить отчет о работе.

Указания к выполнению практических заданий

Пример 1. Выясните, является ли $F(x)=\frac{2}{9}x^3-3x+\cos x-1$ первообразной для функции $f(x)=\frac{2}{3}x^2-3-\sin x$ на $\boldsymbol{R}$?

Решение. Находим

$$F'(x)=\left(\frac{2}{9}x^3-3x+\cos x\right)'=\frac{2}{9}\cdot 3x^2-3\cdot 1+(-\sin x)=\frac{2}{3}x^2-3-\sin x=f(x).$$

Следовательно, по определению $F(x)=\frac{2}{9}x^3-3x+\cos x-1$ является первообразной для функции $f(x)=\frac{2}{3}x^2-3-\sin x$ на $\boldsymbol{R}$.

Пример 2. Для функции $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\cos^2 x}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{4};1+2\sqrt{\pi}\right)$.

Решение. По основному свойству первообразных любая первообразная функции $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}-\frac{1}{cos^2 x}$ записывается в виде $F(x)=2\cdot 2\sqrt{x}-tgx+C=4\sqrt{x}-tgx+C$. Координаты точки $M\left(\frac{\pi}{4};1+2\sqrt{\pi}\right)$ графика искомой первообразной должны удовлетворять уравнению:

$$1+2\sqrt{\pi}=4\sqrt{\frac{\pi}{4}}-tg\frac{\pi}{4}+C.$$

Отсюда находим, что

$$1+2\sqrt{\pi}=2\sqrt{\pi}-1+C,$$
$$C=2.$$

Следовательно, уравнение искомой первообразной имеет вид: $F(x)=4\sqrt{x}-tgx+2$.

Пример 3.. Вычислите интеграл $\int_{-2}^{2}\left(-4x+4+x^2\right)dx$.

Решение. Найдем множество всех первообразных для функции $-4x+4+x^2$:

$$F(x)=-4\cdot\frac{x^2}{2}+4\cdot x+\frac{x^3}{3}+C=-2x^2+4x+\frac{x^3}{3}+C.$$

Пользуясь формулой Ньютона-Лейбница, получаем:

$$\int_{-2}^{2}\left(-4x+4+x^2\right)dx=\left(-2x^2+4x+\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-2}^{2}=\left(-2\cdot 2^2+4\cdot 2+\frac{2^3}{3}\right)-\left(-2\cdot(-2)^2+4\cdot(-2)+\frac{(-2)^3}{3}\right)=$$

$$=\left(-8+8+\frac{8}{3}\right)-\left(-8-8-\frac{8}{3}\right)=21\frac{1}{3}.$$

О т в е т: $21\frac{1}{3}$.

Тест для самоконтроля.

Выберите правильный вариант ответа.

1. Функция $F(x)=3x^2+0{,}5cos\,2x+5$ является первообразной для функции:

   а) $f(x)=6x-sin\,2x$; б) $f(x)=3x^3+0{,}5cos\,2x$; в) $f(x)=9x^3-2\,sin\,2x$.

2. Дана функция $g(x)=\frac{1}{sin^2 x}-\frac{2}{\sqrt{x}}$. Первообразная для функции *g(x)*, график которой проходит через точку $\left(\frac{\pi}{4};2\sqrt{\pi}-1\right)$, это:

   а) $G(x)=-4\sqrt{x}-ctgx+4\sqrt{\pi}$; б) $G(x)=ctgx-4\sqrt{x}+2$; в) $G(x)=-ctgx-4\sqrt{x}+2$.

Варианты заданий:

Вариант 1

1. Является ли функция $F(x)=x^2+3x+1$ первообразной для функции $f(x)=2x+3$ на ***R***?

2. Для функции $f(x)=3\tilde{o}^2-6\tilde{o}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(1;4)$.
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: x = -1, x = 2, осью Ох и параболой y = $6+x^2$

Вариант 2

1. Является ли функция $F(x)=-\frac{x^4}{4}+5x+2$ первообразной для функции $f(x)=-x^3+5$ на ***R***?
2. Для функции $f(x)=5\tilde{o}^4-6\tilde{o}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(-1;4)$.
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: y = x^2+1, x = -1, x =1

Вариант 3

1. Является ли функция $F(x)=x^2-x$ первообразной для функции $f(x)=2x-1$ на ***R***?
2. Для функции $f(x)=-4\tilde{o}^3-4$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(2;4)$.
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: y = 4x - x^2, y=0

Вариант 4

1. Является ли функция $F(x)=\frac{1}{x^2}-sin\,x$ первообразной для функции $f(x)=-\frac{1}{x^3}-cos\,x$ на ***R***?
2. Для функции $f(x)=3\tilde{o}^4-6\tilde{o}-1$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(-1;5)$.
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: y = 6x - x^2, y = 0

Контрольные вопросы:

1. Что называется первообразной функции?
2. Сформулируйте основное свойство первообразной.
3. Сформулируйте три правила нахождения первообразных.
4. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.

Практическое занятие по теме: « Интеграл»

Цель занятия:
1.Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Вычисление интегралов».
2.Закрепить и систематизировать знания по теме.
3.Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование:
- учебники;
- таблицы основных интегралов.

Ход занятия:

1. Ответить на контрольные вопросы:

2. По образцу выполнить тренировочное задание.
3. Изучить условие заданий для практической работы.
4. Оформить отчет о работе.

Неопределённый интеграл.

Задание 1: составить таблицу основных формул и свойств неопределенных интегралов.

Форма выполнения задания: таблица.

Задание 2. Используя рассмотренные свойства неопределенного интеграла. Заполните пропуски.

Карточка «Заполни пропуски»

$\int\left(2x^5+\frac{2}{x^3}-\frac{3}{x}\right)dx=\square*x^{\square}-\frac{\square}{x^{\square}}-3*\square+C$ $\int(e^{2x}-\cos 3x)dx=\square*e^{2x}-\square*\square+C$
$\int\left(2\sin\frac{x}{5}-5e^{2x+\frac{1}{3}}\right)dx=\square*\square-\square*e^{\square}+C$ $\int\left(\frac{2x^4-4x^3+x}{3}\right)dx=\square*x^{\square}-\square*x^{\square}+\square*x^{\square}+C$
$\int((x-3x)(1+2x))dx=\square*x^{\square}-x^{\square}+C$ $\int\sin x\cos x\,dx=\square*\square^{\square}+C$

Форма выполнения задания: заполнение пропусков или вычисление интегралов.

Методы интегрирования.

Задание 1.Вычислить неопределенные интегралы по вариантам:

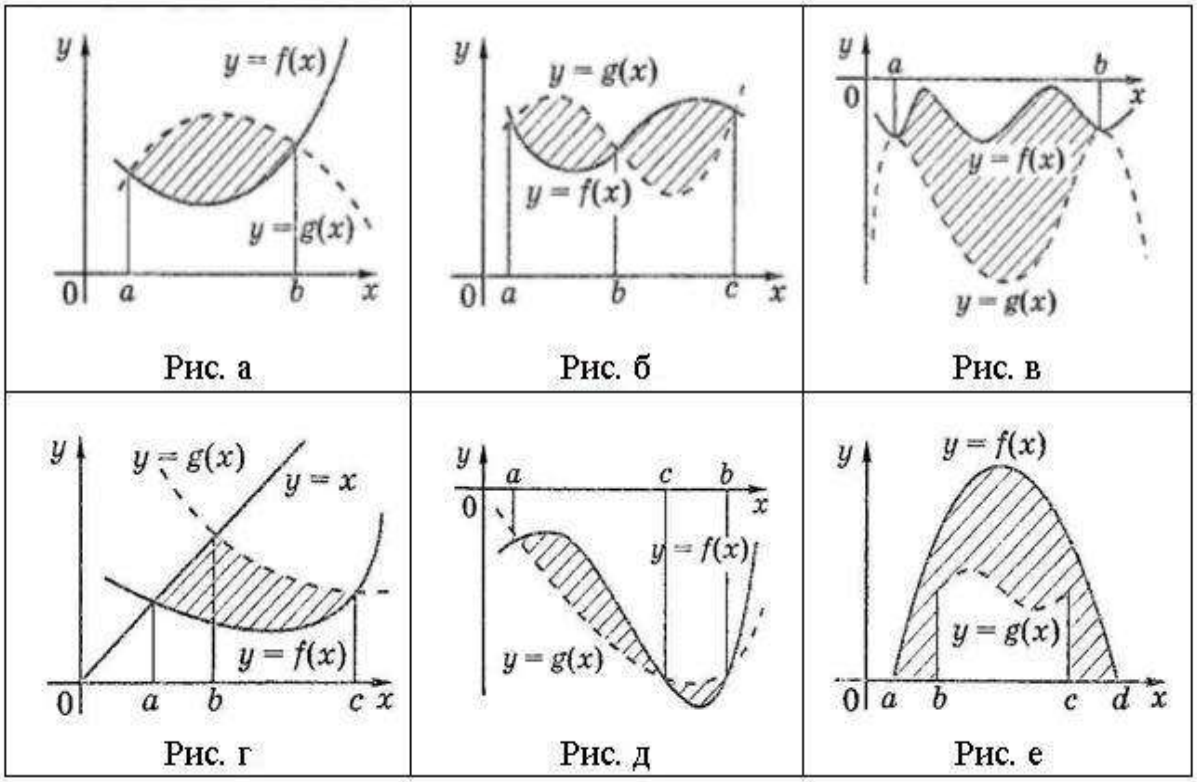
$\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+25}}$, 1. $\int\frac{dx}{1-x}$, $\int\sin(2x+3)dx$.	$\int e^{\frac{x}{4}}dx$, 2. $\int\frac{dx}{1-5x}$, $\int\cos(5x+3)dx$.	$\int\frac{dx}{\sqrt{x^5}}$, 3. $\int\frac{dx}{1+9x}$, $\int e^{5x-7}dx$.
$\int\frac{dx}{\sqrt{x^2-16}}$, 4. $\int\frac{dx}{\sqrt[3]{x}^2}$, $\int\sqrt{(x^2+3)}dx$.	$\int\sqrt{x^2-16}dx$, 5. $\int\frac{dx}{3-8x}$, $\int\frac{dx}{x^2-5}$.	$\int\sqrt{4-x^2}dx$, 6. $\int\frac{dx}{\cos^2 x}$, $\int\sqrt{x^2+8}dx$.

Форма выполнения задания: вычисление интегралов.

Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.

Применение определённого интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции.

Задание 1. Запишите формулы для вычисления площади заштрихованных фигур изображенных на рисунке.

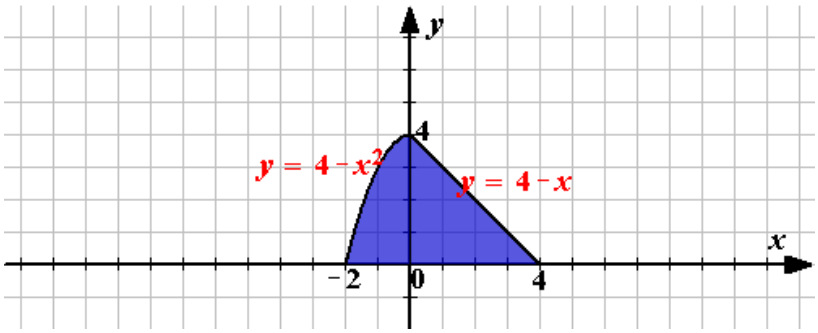


Вычислить площадь заштрихованной фигуры. Работа в парах. (по карточкам)

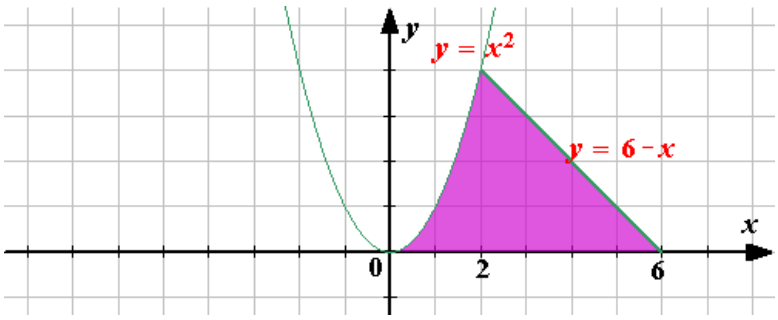
Варианты заданий:

Вариант 1

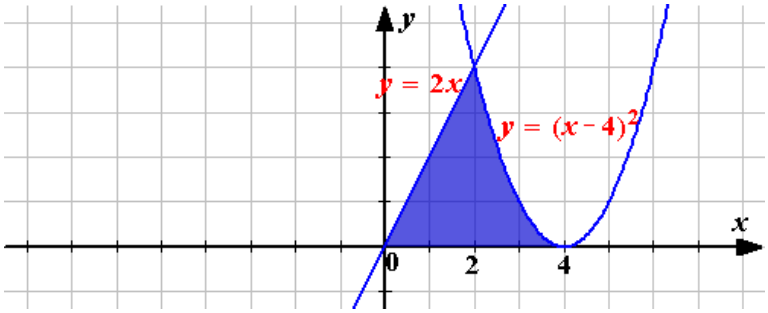
Вычислите площадь заштрихованной фигуры



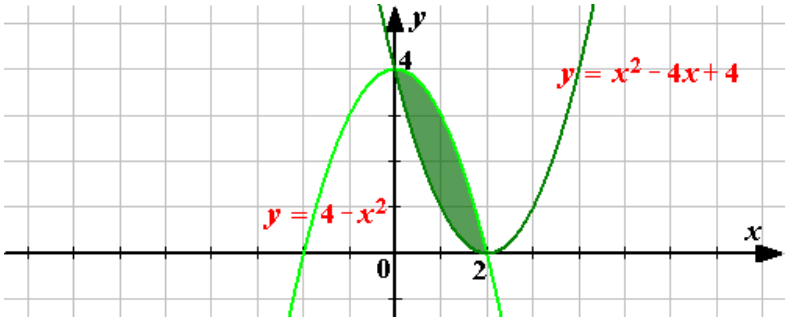
Вариант 2



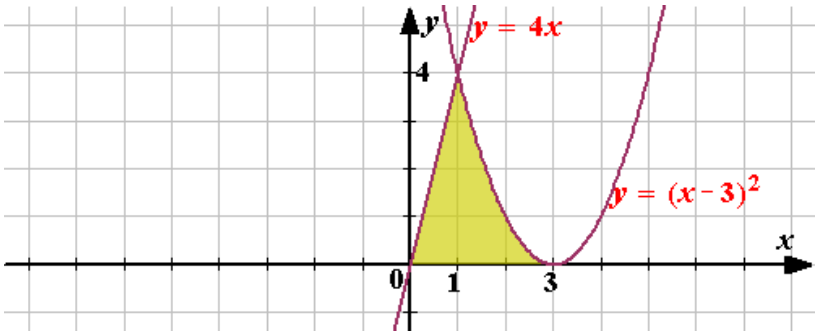
Вариант 3



Вариант 4



Вариант 5



Контрольные вопросы:

1) Что называется первообразной?
2) Что называется неопределённым интегралом?
3) Как обозначается, читается неопределённый интеграл?

4) Что такое интегрирование?
5) Сформулировать 1 свойство неопределённого интеграла.
6) Сформулировать 2 свойство неопределённого интеграла.
7) Сформулировать 3 свойство неопределённого интеграла.
8) Дописать на доске (наверху) продолжение формулы $\int x^{\alpha}dx = \cdots.$
9) Дописать продолжение формулы $\int dx = \cdots.$
10) Дописать продолжение формулы $\int \frac{dx}{x} = \cdots.$
11) Дописать продолжение формулы $\int \sin x\, dx = \cdots.$
12) Дописать продолжение формулы $\int \cos x dx = \cdots.$
13) Дописать продолжение формулы $\int a^{x}dx = \cdots.$
14) Как обозначается (читается) определённый интеграл
15) Основные свойства определённого интеграла
16) Дописать формулу Ньютона – Лейбница $\int_a^b f(x)dx = \cdots.$

Раздел 5. Многогранники и тела вращения

Практическое занятие по теме: «Многогранники»

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Многогранники». Закрепить и систематизировать знания по теме.
2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование:

- учебники
- измерительные инструменты;
- справочный материал по геометрии.

Ход занятия:

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Ответить на контрольные вопросы.
3. Оформить отчет о работе.

Варианты заданий:

Вариант 1

1. Площадь основания правильной четырехугольной призмы равна 625 см^2. Высота призмы равна $14\sqrt{2}$ см. Вычислите: а) длину диагонали призмы; б) площадь ее диагонального сечения.
2. Высота правильной треугольной пирамиды равна 6 см. Радиус окружности, описанной около ее основания, равен $4\sqrt{3}$ см. Вычислите длину бокового ребра пирамиды.

Вариант 2

1. Основание прямой призмы – ромб со стороной 8 см и острым углом 60^0. Высота призмы равна 12 см. Вычислите: а) длины диагоналей призмы; б) площади диагональных сечений.

2. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 8 см, а сторона ее основания – 12 см. Вычислите длину бокового ребра пирамиды.

Вариант 3

1. Основание прямой призмы – ромб. Диагонали призмы равны 8 см и 5 см. высота ее – 2 см. Вычислите: а) длину стороны основания; б) площадь основания призмы.
2. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 12см, а высота боковой грани-15 см. Найдите боковое ребро.

Вариант 4

1. Площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы равна сумме площадей ее оснований. Вычислите длину бокового ребра призмы, если сторона ее основания равна 6 см.
2. Основание пирамиды - прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см. Высота пирамиды проходит через середину гипотенузы треугольника и равна гипотенузе. Найдите боковые ребра пирамиды.

Контрольные вопросы:

1 . Что называется многогранником?
2. Что называется призмой? Дайте определение граням, рёбрам и вершинам призмы.
3. Что называется параллелепипедом?
4. Сформулируйте теорему о диагоналях прямоугольного параллелепипеда.
5. Что называется пирамидой? Дайте определение апофемы пирамиды.
6. Что называется усечённой пирамидой?
7. Какой многогранник называется правильным?
8. Перечислите все правильные многогранники. Сколько у них граней, рёбер и вершин?

Практическое занятие по теме: «Тела вращения»

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Тела вращения». Закрепить и систематизировать знания по теме.
2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование:

- учебники;
- измерительные инструменты;
- справочный материал по геометрии.

Ход занятия:

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Ответить на контрольные вопросы.
3. Оформить отчет о работе.

Варианты заданий:

Вариант 1

1. Прямоугольник, диагональ которого равна 25 см, а одна сторона 20 см, вращается вокруг меньшей стороны. Вычислите высоту полученного цилиндра.
2. Высота конуса 15 см, радиус основания – 20 см. Найти образующую конуса.

3. Радиус шара 12 см. На касательной плоскости лежит точка К, которая удалена от точки касания на 5 см. На каком расстоянии находится точка К от поверхности шара?

Вариант 2

1. Радиус основания цилиндра равен 2 м, высота 3 м. Найти диагональ осевого сечения.
2. Высота конуса равна 16 см, а образующая – 20 см. Найти радиус основания конуса.
3. Секущая плоскость удалена от центра шара на расстояние 8 см, а радиус шара равен 10 см. Вычислите площадь сечения шара.

Вариант 3

1. Высота конуса равна 18 см, а радиус основания равен 24 см. Найти образующую конуса.
2. Площадь осевого сечения цилиндра равна 10 $м^2$, а площадь основания – 5 $м^2$. Найдите высоту цилиндра.
3. Найдите площадь сечения шара радиуса 41 см плоскостью, проведенной на расстоянии 29 см от центра шара.

Вариант 4

1. Высота цилиндра 12 см, радиус равен 10 см. Найти диагональ осевого сечения цилиндра.
2. Образующая конуса равна 15 см, а радиус основания равен 9 см. Найти высоту конуса.
3. Шар, радиус которого 41 дм, пересечен плоскостью на расстоянии 9 дм. Найдите площадь сечения.

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение тела вращения.
2. Дайте определение цилиндра и его элементов.
3. Дайте определение конуса и его элементов.
4. Дайте определение сферы и его элементов.
5. Дайте определение шара и его элементов.
6. Какими фигурами являются сечения сферы и шара?

Раздел 6. Измерения в геометрии

Практические занятия по теме: «Объемы многогранников»

I. Объем куба и прямоугольного параллелепипеда.

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Объём куба и прямоугольного параллелепипеда». Закрепить и систематизировать знания по теме.
2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности обучающихся.
3. Закрепить навык решения практических задач на вычисление объёмов куба и прямоугольного параллелепипеда.

Оборудование:

- учебники;
- справочный материал по геометрии;

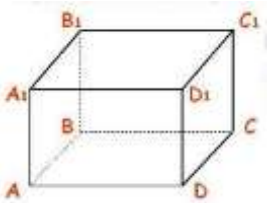
- чертежные инструменты;
- модели куба и параллелепипеда.

Ход занятия:

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Ответить на контрольные вопросы.
3. Оформить отчет о работе.

Объём куба и прямоугольного параллелепипеда.

Теоретическая часть



Многогранники могут иметь самую различную форму. Среди них выделяют **параллелепипеды**. Обычный, всем известный кирпич с точки зрения геометрии является параллелепипедом. Форму параллелепипеда имеют многие предметы, с которыми мы встречаемся в жизни, например коробки, используемые для упаковки различных товаров.

- **У параллелепипеда 8 вершин, 12 ребер и 6 граней.**
- **Каждая грань параллелепипеда - прямоугольник.**
- **Противоположные грани параллелепипеда равны.**

Каждый параллелепипед имеет **три измерения: длину, ширину и высоту**. Среди всех параллелепипедов особую роль играет - куб.

Куб - это такой параллелепипед, у которого все ребра равны, поэтому все его грани - квадраты.

За единицу измерения объема принимается **объем единичного куба**, т.е. объем куба, длина ребра которого равна 1 единице длины.

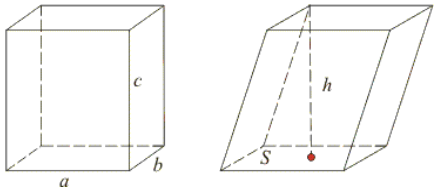
1 кубический сантиметр (1 см^3) - объем куба, длина которого равна 1 см.
1 кубический дециметр (1 дм^3) - объем куба, длина которого равна 1 дм.
1 кубический метр (1 м^3) - объем куба, длина которого равна 1 м.

Теорема: объем прямоугольного параллелепипеда с измерениями *a, b, c* вычисляется по формуле
$V = a \cdot b \cdot c$, $V = S_{осн} \cdot h$.

Теорема: объем наклонного (любого) параллелепипеда равен произведению площади основания *S* на высоту *h*: $V = S \cdot h$

Объем куба равен кубу (третьей степени) его ребра.

V = *a*^{3}



Пример 1. *Найдите объем параллелепипеда, измерения которого равны 6 мм, 10 мм и 15 мм.*

Решение: *$6 \times 10 \times 15 = 900$ (мм^3).*

Пример 2. *Найдите объем куба, ребро которого равно 5 дм.*
Решение: *$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ (дм^3).*

Заметим, что единица объема, равная одному кубическому дециметру, имеет и другое название - **литр.** В литрах обычно измеряют объемы жидкостей и сыпучих веществ.

Варианты заданий:

Вариант 1

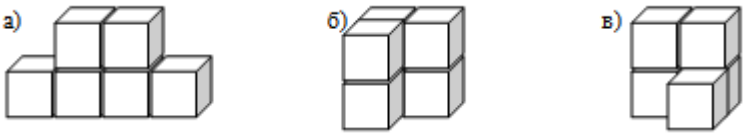
1 уровень

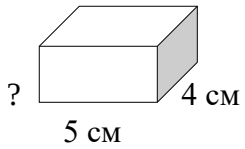
1. Выразите: *а*) в кубических дециметрах: 1 м^3; 1 литр.
б) в кубических сантиметрах: 1 дм^3; 1 м^3.

2.Ответьте **«да»** или **«нет».**

а) $P = (a + b)\cdot 2$	периметр прямоугольника	*в*) $V = a \cdot b \cdot c$	площадь прямоугольника
б) $S = a \cdot a$	площадь квадрата	*г*) $V = a \cdot a \cdot a$	объём куба

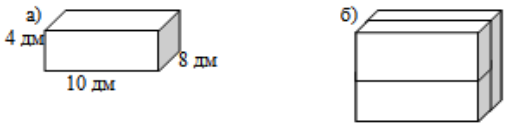
3. Объём каждого маленького кубика 1 куб. ед. Найдите объём фигур, изображённых на рисунках.



4. 

Объём параллелепипеда равен 60 см^3.
Проставьте недостающий размер.

5. Каковы измерения параллелепипеда на рис. б), сложенного из 3 одинаковых брусков, изображённых на рис. а). Каков его объём?



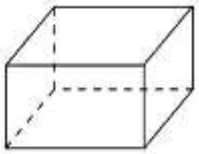
2 уровень

6. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда с ребрами 3 см, 5 см и 8 см.
а) 120 см^3; *б*) 60 см^3; *в*) 32 см^3; *г*) другой ответ.
7. Длина прямоугольной комнаты в 2 раза больше ширины и на 2 м больше высоты. Найдите объем комнаты, если ее длина равна 6 м.
а) 432 м^3; *б*) 144 м^3; *в*) 72 м^3; *г*) другой ответ.
8. Найдите объем куба, если площадь его развертки равна 96 см^2.
а) 16 см^3; *б*) 64 см^3; *в*) 80 см^3; *г*) другой ответ.
9. Найдите ребро куба, если его объем равен 512 м^3.
а) 4 м; *б*) 8 м; *в*) 16 м; *г*) другой ответ.
10. Как изменится объем параллелепипеда, если его длину увеличить в 4 раза, ширину увеличить в 6 раз, а высоту уменьшить в 8 раз?

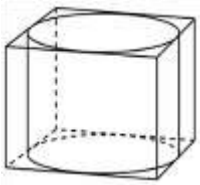
а) увеличится в 3 раза; *б*) уменьшится в 12 раз; *в*) не изменится; *г*) другой ответ.

3 уровень

11. Три ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1; 0,5 и 16. Найдите ребро равновеликого ему куба.



12. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1,5. Найдите объем параллелепипеда.



Вариант 2

1 уровень

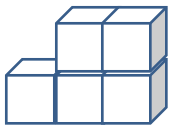
1. Выразите: *а*) в кубических дециметрах: 1 м^3; 1 литр.
б) в кубических миллиметрах: 1 см^3; 1 м^3.

2.Ответьте **«да»** или **«нет».**

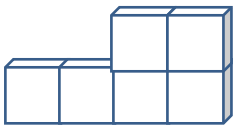
а) P = 4*a*	периметр прямоугольника	*в*) V = $a \cdot b \cdot c$	объём параллелепипеда
б) S = $a \cdot b$	площадь квадрата	*г*) V = a^3	объём куба

3. Объём каждого маленького кубика 1 куб. ед. Найдите объём фигур, изображённых на рисунках.

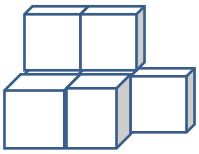
а)



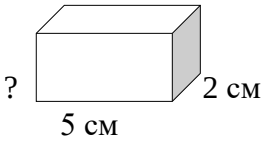
б)



в)

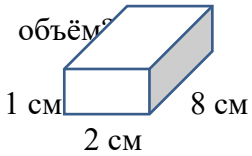


4.

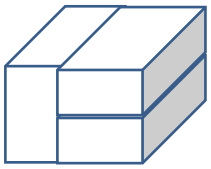


Объём параллелепипеда равен 40 см^3.
Проставьте недостающий размер.

5. *а*)



б)



Каковы измерения параллелепипеда на рис. б), сложенного из 3 одинаковых брусков, изображённых на рис. *а*). Каков его

2 уровень

6. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда с ребрами 6 см, 3 см и 4 см.
а) 72 см^3; *б*) 13 см^3; *в*) 22 см^3; *г*) другой ответ.
7. Длина прямоугольной комнаты в 3 раза больше ширины и на 2 м больше высоты. Найдите объем

комнаты, если ее длина равна 6 м.

а) 432 м^3; *б*) 144 м^3; *в*) 48 м^3; *г*) другой ответ.

8. Найдите объем куба, если площадь его развертки равна 150 см^2.

а) 16 см^3; *б*) 125 см^3; *в*) 80 см^3; *г*) другой ответ.

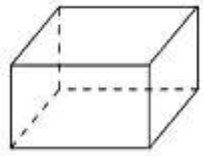
9. Найдите ребро куба, если его объем равен 729 м^3.

а) 9 м; *б*) 8 м; *в*) 16 м; *г*) другой ответ.

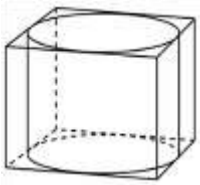
10. Как изменится объем параллелепипеда, если его длину увеличить в 5 раза, ширину увеличить в 8 раз, а высоту уменьшить в 10 раз?

а) увеличится в 4 раза; *б*) уменьшится в 12 раз; *в*) не изменится; *г*) другой ответ.

3 уровень



11. Площадь грани прямоугольного параллелепипеда равна 12. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 5. Найдите объем параллелепипеда.



12. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 1. Объем параллелепипеда равен 5. Найдите высоту

Критерии оценки практической работы

Задания	Баллы	Примечание
1 - 5	13	Каждый правильный ответ 1 балл
6 - 12	21	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу **– 34 балла**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	**Число баллов, необходимое для получения отметки**
« **5**» (отлично)	34 - 31
« **4**» (хорошо)	30 - 27
« **3**» (удовлетворительно)	26 - 24
« **2** « (неудовлетворительно)	менее 24

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение куба.
2. Дайте определение параллелепипеда.
3. Виды параллелепипедов.
4. Формулы для вычисления объема куба.
5. Формулы для вычисления прямоугольного параллелепипеда.

II. Объём призмы.

Цель занятия:

закрепить навык решения практических задач на вычисление объёмов призмы.

Оборудование:

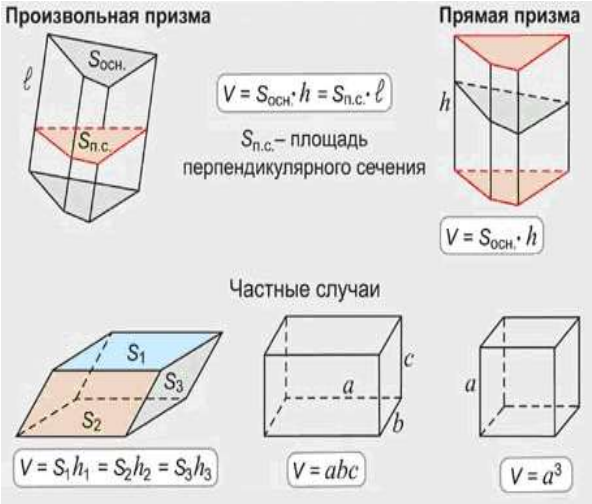
- модели призм;

- справочные материалы по стереометрии;
- чертежные инструменты.

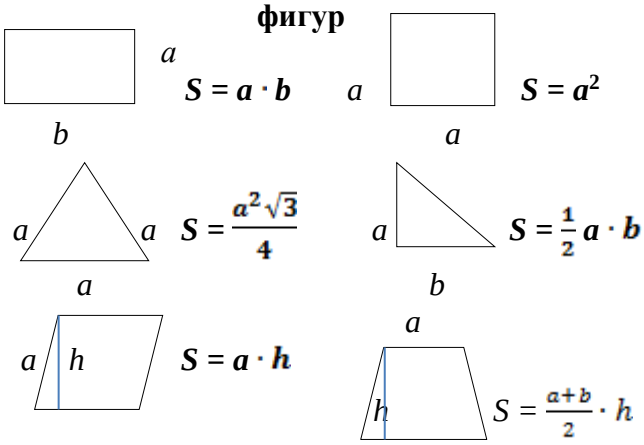
Ход занятия:

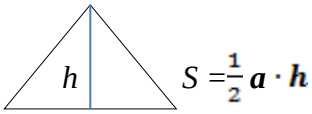
Теоретическая часть

Призмой называется многогранник, две грани которого(основания) – равные *n* – угольники, лежащие в параллельных плоскостях, а остальные *n* граней (боковые грани) – параллелограмы.
Призма называется прямой, если все её боковые рёбра перпендикулярны основаниям.
Призма называется правильной, если она прямая и её основания – правильные многоугольники.



Формулы для нахождения площадей фигур





Варианты заданий:

Вариант 1

1 уровень

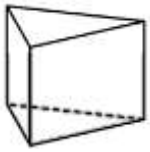
1. Выберите неверное утверждение.
   а) Объём прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник, равен произведению площади основания на высоту;
   б) Объём правильной треугольной призмы вычисляется по формуле V = a^2h, где *a* – сторона основания , h – высота призмы;
   в) Объём прямой призмы равен половине произведения площади основания на высоту.

2. Основанием прямой треугольной призмы является прямоугольный треугольник с катетами 2 и 3, боковое ребро равно 6. Найдите объём призмы.

3. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 2√3 см, а высота – 5 см. Найдите объём призмы.
   а) 15√3 см^3; б) 45 см^3; в) 10√3 см^3; г) 12√3 см^3; д) 18√3 см^3.

2 уровень

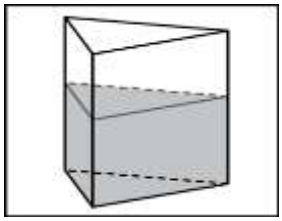
4. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 5 и 8. Объем призмы равен 80. Найдите ее боковое ребро.



5. В основании правильной четырёхугольной призмы лежит квадрат со стороной 6 см. Диагональ призмы образует с плоскостью основания угол 60^0. Найдите:
   1) диагональ основания призмы;
   2) диагональ призмы;
   3) высоту призмы;
   4) площадь боковой поверхности призмы;
   5) площадь полной поверхности призмы;
   6) объём призмы.

3 уровень

6. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 27 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 3 раза больше, чем у первого?



Вариант 2

1 уровень

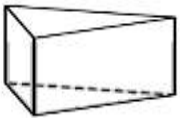
1. Выберите верное утверждение.
   а) Объём прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник, равен произведению площади основания на высоту;
   б) Объём правильной треугольной призмы вычисляется по формуле $V = a^2h$, где a – сторона основания , h – высота призмы;
   в) Объём прямой призмы равен половине произведения площади основания на высоту.

2. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 5, боковое ребро равно 4. Найдите объём призмы.

3. Сторона основания правильной треугольной призмы равна $3\sqrt{3}$ см, а высота – 4 см. Найдите объём призмы.
   а) $15\sqrt{3}$ см^3; б) 45 см^3; в) $27\sqrt{3}$ см^3; г) $12\sqrt{3}$ см^3; д) $18\sqrt{3}$ см^3.

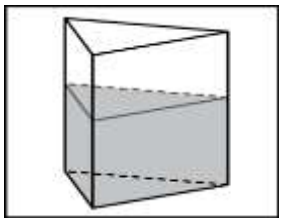
2 уровень

4. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 5. Объем призмы равен 60. Найдите ее боковое ребро.



5. В основании правильной четырёхугольной призмы лежит квадрат со стороной 6 см. Диагональ призмы образует с плоскостью основания угол 30^0. Найдите:
   1) диагональ основания призмы;
   2) диагональ призмы;
   3) высоту призмы;
   4) площадь боковой поверхности призмы;
   5) площадь полной поверхности призмы;
   6) объём призмы.

3 уровень



6. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 4 раза больше, чем у первого?

Критерии оценки практической работы

Задания	Баллы	Примечание
1 - 3	3	Каждый правильный ответ 1 балл
4 - 6	24	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу **– 27 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	**Число баллов, необходимое для получения отметки**
« **5**» (отлично)	27 - 24
« **4**» (хорошо)	23 - 21
« **3**» (удовлетворительно)	20 - 18
« **2** « (неудовлетворительно)	менее 18

III. Объём пирамиды.

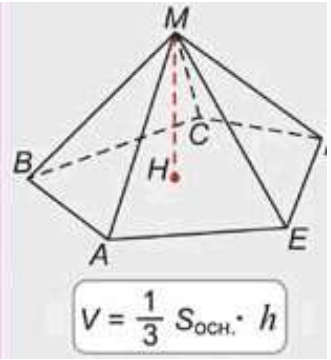
***Цель занятия*:**
закрепить навык решения практических задач на вычисление объёмов пирамиды.

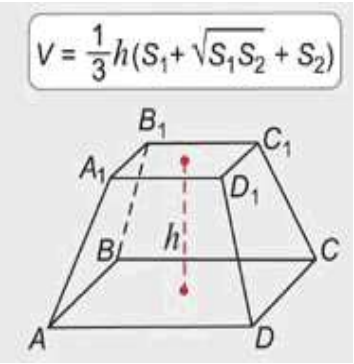
Оборудование:
- модели различных видов пирамид
- чертежные инструменты
- учебники

Теоретическая часть

Пирамида - многогранник, состоящий из плоского *многоугольника*, *точки*, не лежащей в плоскости этого многоугольника и *всех отрезков*, соединяющих эту точку с точками многоугольника.

Данная точка называется *вершиной* пирамиды, а плоский многоугольник - основанием пирамиды. *Отрезки*, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания, называются ***рёбрами***. **Высота** пирамиды - *перпендикуляр*, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания. ***Апофема*** - *высота боковой грани* правильной пирамиды. Пирамида, у которой *в основании* лежит правильный *n-угольник*, а *основание высоты* совпадает с *центром основания* называется ***правильной*** n-угольной пирамидой. ***Осью*** правильной пирамиды называется прямая, содержащая её высоту. Правильная треугольная пирамида называется тетраэдром. Если пирамиду пересечь плоскостью, параллельной плоскости основания, то она отсечет пирамиду, *подобную* данной. Оставшаяся часть называется **усеченной пирамидой.**





Варианты заданий:

Вариант 1

1 уровень

1. Выпишите формулу для нахождения объёма пирамиды.

   а) $V=\frac{1}{3} S_{осн} \cdot h$; б) $V=S_{осн} \cdot h$; в) $V=\frac{2}{3} S_{осн} \cdot h$.

2. Во сколько раз увеличится объем пирамиды, если ее высоту увеличить в двадцать три раза?

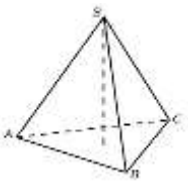
   а) в 23 раза; б) в 46 раз; в) в 69 раз.

3. Найдите объем пирамиды, высота которой равна 1, а основание — прямоугольник со сторонами 4 и 6.

   а) 4; б) 8; в) 16.

4. Найдите объем правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 1, а высота равна $\sqrt{3}$.

   а) 1,25; б) 1; в) 0,25.



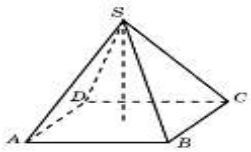
2 уровень

5. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 12 м, объем равен 200 м^3. Найдите боковое ребро этой пирамиды.

   а) 10 м; б) 13 м; в) 8 м.

6. Найдите объём правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 3 см, а высота – 4 см.

   а) 12 см^3; б) 42 см^3; в) 8 см^3.

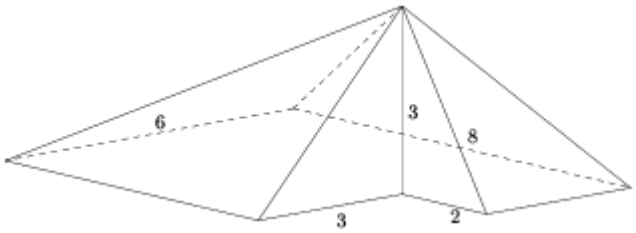


7. Найдите объём правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 6 м, а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом 30˚.

   а) $12\sqrt{6}$ м^3; б) 36 м^3; в) $12\sqrt{3}$ м^3.

3 уровень

8. Найдите объем пирамиды, изображенной на рисунке. Ее основанием является многоугольник, соседние стороны которого перпендикулярны, а одно из боковых ребер перпендикулярно плоскости основания и равно 3.
9. Вычислите площадь диагонального сечения правильной четырехугольной пирамиды, если её объём равен 9 см^3, а длина стороны основания равна 3 см.



Вариант 2

1 уровень

1. Выпишите формулу для нахождения объёма пирамиды.

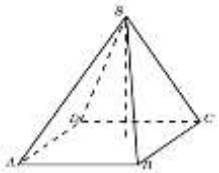
   а) $V=\frac{2}{3}S_{осн}\cdot h$; б) $V=S_{осн}\cdot h$; в) $V=\frac{1}{3}S_{осн}\cdot h$.

2. Во сколько раз увеличится объем пирамиды, если ее высоту увеличить в тридцать четыре раза?

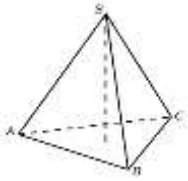
   а) в 34 раза; б) в 17 раз; в) в 68 раз.

3. Найдите объем пирамиды, высота которой равна 6, а основание — прямоугольник со сторонами 3 и 4.

   а) 48; б) 24; в) 12.

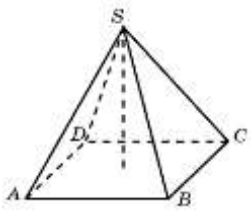


4. Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 4, а объем равен $2\sqrt{3}$.



а) 1,5; б) 3,5; в) 16.

2 уровень



5. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 6 м, объем равен 200 м^3. Найдите боковое ребро этой пирамиды.

   а) 86 м; б) $6\sqrt{6}$ м; в) $\sqrt{86}$ м.

6. Найдите объём правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 2 см, а высота – 3 см.

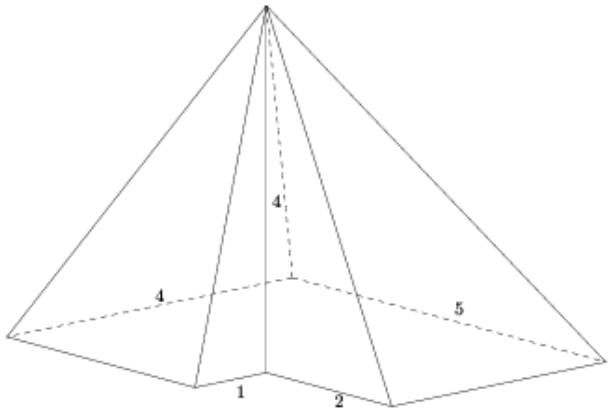
   а) 8 см^3; б) 4 см^3; в) 3 см^3.

7. Найдите объём правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 8 м, а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом 60˚.

   а) $\frac{256}{3}$ м^3; б) $\frac{256\sqrt{6}}{3}$ м^3; в) $256\sqrt{6}$ м^3.

3 уровень

8. Найдите объем пирамиды, изображенной на рисунке. Ее основанием является многоугольник, соседние стороны которого перпендикулярны, а одно из боковых ребер перпендикулярно плоскости основания и равно 4.



9. Вычислите площадь диагонального сечения правильной четырехугольной пирамиды, если её объём равен 16 см^3, а длина стороны основания равна 4 см.

Критерии оценки практической работы

Задания	Баллы	Примечание
1 - 4	4	Каждый правильный ответ 1 балл
5 - 9	15	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу **– 19 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	**Число баллов, необходимое для получения отметки**
« **5**» (отлично)	19 - 17
« **4**» (хорошо)	16 - 15
« **3**» (удовлетворительно)	14 - 13

« **2** « (неудовлетворительно)	менее 13

Контрольные вопросы по теме

1 . Чему равны боковая и полная поверхности призмы?
2. Чему равны боковая и полная поверхности пирамиды?
3. Чему равны боковая и полная поверхности усечённой пирамиды?
4. Чему равны боковая и полная поверхности цилиндра?
5. Чему равны боковая и полная поверхности конуса?
6. Чему равны боковая и полная поверхности усечённого конуса?
7. По какой формуле вычисляются объёмы:
   а) призмы, б) прямоугольного параллелепипеда, в) куба?
8. Сформулируйте теорему об объёме пирамиды.
9. По какой формуле вычисляются объём усечённой пирамиды?
10. Сформулируйте теорему об объёме прямого кругового цилиндра.
11. Сформулируйте теорему об объёме конуса.
12. По какой формуле вычисляются объём усечённого конуса?
13. Сформулируйте теорему об объёме шара.
14. Сформулируйте теорему об объёме шарового сегмента, сектора.

Практическое занятие по теме: «Объемы и поверхности тел вращения»

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Объемы и поверхности тел вращения»
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.
4. Научиться применять на практике формулы для вычисления различных объемов и поверхностей.

Оборудование:

- модели цилиндра;
- модель конуса;
- измерительные инструменты.

Ход занятия:

***Инструкция к выполнению заданий*:**

1. Дана модель цилиндра. Измерить диаметр и высоту. Вычислить по формулам: радиус, площадь основания, площадь боковой поверхности, площадь полной поверхности, объём:

$r = \frac{d}{2}$ $S_о = \pi r^2$ $S_б = 2\pi r h$ $S_{п.п} = 2 S_о + S_б$ $V_ц = \pi r^2 h$ (число $\pi \approx 3{,}14$)

2. Дана модель конуса. Измерить диаметр и образующую. Вычислить по формулам радиус, высоту, площадь основания, площадь боковой поверхности , площадь полной поверхности, объём.

$r = \frac{d}{2}$ $h = \sqrt{l^2 - r^2}$ $S_о = \pi r^2$ $S_б = \pi r l$ $S_{пп} = S_о + S_б$ $V_к = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

3. Результаты измерений и вычислений занесите в отчётную таблицу:

№ п/п	*Оборудование*	*Измерения*	*Расчёты*	*Вывод*
1	*модель цилиндра, линейка*	*Диаметр* d=…… *Высота* h=……	$r = \frac{d}{2}$ =…… $S_о = \pi r^2$=…… $S_б = 2\pi r h$ = ….. $S_{пп} = = 2S_о + S_б$ = ……. $V_ц = \pi r^2 h$ =…….	
2	*модель конуса, линейка*	*Диаметр* d=…… *Образующая* l=…….	$r = \frac{d}{2}$ =…… $h = \sqrt{l^2 - r^2}$ =…… $S_о = \pi r^2$ =…… $S_б = \pi r l$ =…… $S_{пп} = = S_о + S_б$ =…… $V_к = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ =……	

Контрольные вопросы:

1. Приведите примеры моделей цилиндра и конуса из реальной жизни.
2. Что представляет собой сечение конуса плоскостью, перпендикулярной оси конуса?
3. Что представляет собой сечение цилиндра плоскостью, параллельной оси конуса?

Практическое занятие по теме: «Объем шара и площадь сферы»

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Объем шара и площадь сферы»
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.
4. Научиться применять на практике формулы для вычисления объема шара и площади сферы.

Оборудование:

- модель шара;
- измерительные инструменты;
- справочные материалы по стереометрии.

Ход занятия:

Указания к выполнению практических заданий.

Теоретический материал

Шаром называется множество всех точек пространства, находящихся от данной точки на расстоянии, не больше данного R.
Радиусом шара называют всякий отрезок, соединяющий центр шара с точкой шаровой поверхности.
Отрезок, соединяющий две точки шаровой поверхности и проходящий через центр шара, называется **диаметром шара**.
Концы любого диаметра шара называются диаметрально противоположными точками шара.
Отрезок, соединяющий две любые точки шаровой поверхности и не являющийся диаметром шара, называют **хордой шара**.
Объем шара равен V= πRR^2

Виды заданий:

Вариант 1

1. Найти диаметр шара, если площадь его поверхности равна 289π.
2. В куб вписан шар. Найти площадь поверхности шара, если площадь полной поверхности куба равна $\frac{1170}{\pi}$.
3. Площадь поверхности шара равна 330. Найти площадь полной поверхности цилиндра, описанного около шара.
4. Объем шара равен 135. Найти объем другого шара, диаметр которого в 3 раза больше, чем у данного.
5. Площадь сечения шара плоскостью равна 15. Секущая плоскость отстоит от центра шара на $\sqrt{\frac{30}{\pi}}$. Найти площадь поверхности шара.
6. Через конец радиуса шара под углом 60° к нему проведена плоскость. Найти объем шара, если площадь полученного сечения равна $\sqrt[3]{36\pi}$.

Вариант 2

1. В куб вписан шар. Найти объем шара, если объем куба равен $\frac{156}{\pi}$.
2. Площадь поверхности шара равна 43. Найти площадь поверхности другого шара, объем которого в 27 раз больше объема данного шара.
3. Около шара описан цилиндр. Найти объем цилиндра, если объем шара равен 168.
4. Объем шара равен 12. Найти объем другого шара, у которого площадь поверхности в 9 раз больше, чем у данного шара.
5. Площадь сечения шара плоскостью равна 16π. Найти расстояние от плоскости сечения до центра шара, если объем шара равен $\frac{500\pi}{3}$.
6. Через конец радиуса шара проведена плоскость под углом 60° к нему. Площадь полученного сечения равна 11. Найти площадь поверхности шара.

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение шара.
2. Дайте определение элементам шара.
3. Что называется сферой?
4. Назовите формулы для нахождения объема шара.
5. Назовите формулы для вычисления площади сферы.

Раздел 7. Развитие понятия о числе

Практическое занятие по теме: «Действительные и комплексные числа»

Цель занятия:

1. Повторить знания обучающихся по теме: «Развитие понятия о числе»
2. Организовать деятельность обучающихся по переводу своих знаний от усвоения отдельных фактов и понятий к их обобщению в целостную систему знаний.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности обучающихся.

Оборудование:

- справочные пособия по алгебре,
- учебники

Ход занятия:

1. С помощью справочных пособий по алгебре повторить:
   а) правила действий над обыкновенными дробями;
   б) формулы сокращенного умножения;
   в) способы разложения выражения на множители;
   г) правило сокращения дробей;
   д) абсолютная и относительная погрешность;
   е) действия с комплексными числами.
2. Изучить условие заданий для практической работы.

Варианты заданий:

Вариант 1

1. Вычислите значение выражения: $\left(33{,}5+5\frac{5}{8}\cdot 3{,}2-15{,}7\right):\frac{1}{4}+2{,}25$
2. Разложите на множители: $(x-5)^2-16$
3. Округлите число $\frac{2}{9}$ с точностью до одной десятой и вычислите абсолютную и относительную погрешность.
4. Выполнить действия: $(4-3i)+(-2+5i)-(3+i)$
5. Вычислить с МК: $\frac{52{,}4\cdot 0{,}0673}{0{,}9\cdot 21{,}5-235{,}2-0{,}0531}$

Вариант 2

1. Вычислите значение выражения: $\frac{(152\frac{3}{4}-148\frac{3}{8})\cdot 0{,}3}{0{,}2}$
2. Упростить выражение: $(C+2)(C-3)-(C-1)^2$
3. Округлите число $\frac{4}{9}$ с точностью до одной десятой и вычислите абсолютную и относительную погрешность.
4. Выполнить действия: $(3-i\sqrt{2})^2$
5. Вычислить с МК: $\frac{12{,}04\cdot\sqrt{14{,}56}}{0{,}512\cdot 1{,}3^2}$

Вариант 3

1. Вычислите значение выражения: $\frac{\left(1\frac{1}{12}+2\frac{5}{32}+\frac{1}{24}\right)\cdot 9{,}6+2{,}13}{0{,}4}$
2. Упростить выражение: $4ав+2(а+в)^2$
3. Округлите число $\frac{1}{3}$ с точностью до одной десятой и вычислите абсолютную и относительную погрешность.
4. Выполнить действия: $(-3+2i)+(-1-7i)-(-2+3i)$
5. Вычислить с МК: $\frac{162{,}04\cdot\sqrt{214{,}56}}{0{,}245\cdot 1{,}6^2}$

Вариант 4

1. Вычислите значение выражения: $\frac{\left(6{,}6-3\frac{3}{14}+\frac{1}{24}\right)\cdot 5\frac{5}{6}}{(21-1{,}25):2{,}5}$
2. Упростить выражение: $3(x+y)^2-6xy$
3. Округлите число $\frac{2}{3}$ с точностью до одной десятой и вычислите абсолютную и относительную погрешность.
4. Выполнить действия: $(5+2i)^2$
5. Вычислить с МК: $(0{,}23+4{,}19)\cdot\sqrt{0{,}84\cdot 0{,}26}\cdot 10^3$

Контрольные вопросы:

1. Какие числа называются:
   а) натуральными, б) целыми, в) рациональными, г) иррациональными,
   д) действительными? Как обозначаются множества этих чисел?
2. Сформулируйте определение: а) абсолютной, б) относительной погрешности?
3. Сформулируйте определение границы: а) абсолютной, б) относительной погрешности.
4. Сформулируйте определение: а) верной, б) сомнительной, в) значащей цифры.
5. Правила записи десятичной периодической дроби в виде обыкновенной дроби.
6. Что называется комплексным числом?
7. Какие комплексные числа называются сопряженными?
8. Сложение и вычитание комплексных чисел.
9. Умножение комплексных чисел в алгебраической форме.
10. Деление комплексных чисел в алгебраической форме.

Раздел 8. Степенная, показательная и логарифмическая функции

Практическое занятие по теме: «Корни и степени»

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Корни и степени».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности обучающихся.

Оборудование:

- формулы степеней;
- свойства корня n-ой степени;
- микрокалькуляторы.

Ход занятия:

1. Изучить условие заданий для практического занятия.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Тренировочная таблица

Вычислите:

8	$\left(\sqrt{32}\right)^{\frac{2}{5}}$	$4^{-\frac{3}{2}}$	$64^{\frac{5}{6}}$	$32^{-\frac{3}{5}}$	$\left(\sqrt{27}\right)^{\frac{2}{3}}$	$32^{\frac{4}{5}}$	$\left(\sqrt{8}\right)^{\frac{2}{3}}$	$16^{-\frac{3}{4}}$
7	$32^{-\frac{3}{5}}$	$\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}$	$125^{-\frac{1}{3}}$	$\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$	$16^{-\frac{1}{4}}$	$\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}$	$81^{-\frac{1}{4}}$	$\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}$

6	$16^{\frac{1}{4}}$	$64^{\frac{1}{2}}$	$8^{\frac{1}{3}}$	$32^{\frac{1}{5}}$	$27^{\frac{1}{3}}$	$81^{\frac{1}{4}}$	$64^{\frac{1}{3}}$	$25^{\frac{1}{2}}$
5	$\left(\sqrt{7}\right)^{2}$	$\left(\sqrt{2}\right)^{8}$	$\left(\sqrt{5}\right)^{4}$	$\left(\sqrt{2}\right)^{10}$	$\left(\sqrt{6}\right)^{4}$	$\left(\sqrt{2}\right)^{6}$	$\left(\sqrt{3}\right)^{4}$	$\left(\sqrt{5}\right)^{0}$
4	$\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$
3	6^{-2}	2^{-4}	3^{-3}	5^{-1}	3^{-4}	2^{-3}	7^{-2}	4^{-1}
2	$\left(\frac{1}{2}\right)^{5}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{3}$	$\left(\frac{3}{5}\right)^{2}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^{1}$	$\left(\frac{4}{3}\right)^{3}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{4}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^{3}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{2}$
1	3^{4}	4^{3}	2^{4}	5^{3}	2^{5}	3^{3}	5^{0}	2^{3}
	a	b	c	d	e	f	g	h

Варианты заданий

Вариант 1

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[3]{-27}$.
2. Решите уравнение: $x^4 = -16$.
3. Вычислите: а) $\sqrt[3]{1000 \cdot 27 \cdot 8}$; б) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$; в) $\sqrt[5]{0{,}4^5 \cdot 5^5}$; г) $\frac{\sqrt[3]{250}}{\sqrt[3]{2}}$.
4. Какое из чисел больше: $\sqrt[7]{128}$ или $\sqrt[5]{4}$?

Вариант 2

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[4]{625}$.
2. Решите уравнение: $x^3 = 125$.
3. Вычислите: а) $\sqrt[3]{64 \cdot 125 \cdot 729}$; б) $\sqrt[5]{\frac{243}{32}}$; в) $\sqrt[6]{\left(\frac{1}{3}\right)^6 \cdot 12^6}$; г) $\frac{\sqrt[4]{20}}{\sqrt[4]{\frac{5}{4}}}$.
4. Какое из чисел больше: $\sqrt[8]{26}$ или $\sqrt[4]{5}$?

Вариант 3

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[7]{-128}$.
2. Решите уравнение: $x^4 = 64$.
3. Вычислите: а) $\sqrt[4]{0{,}0081 \cdot 0{,}0016 \cdot 625}$; б) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$; в) $\sqrt[3]{16^3 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^3 \cdot 0{,}125}$; г) $\frac{\sqrt[4]{112}}{\sqrt[4]{7}}$.
4. Какое из чисел больше: $\sqrt[5]{5}$ или $\sqrt[3]{3}$?
5.

Вариант 4

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[6]{\frac{1}{64}}$.

2. Решите уравнение: $x^5 = -\frac{1}{243}$.

3. Вычислите: а) $\sqrt[4]{16 \cdot 625 \cdot 81}$; б) $\sqrt[3]{192} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$; в) $\sqrt[4]{27^4 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^4 \cdot (0{,}5)^4}$; г) $\frac{\sqrt[5]{224}}{\sqrt[5]{7}}$.

4. Какое из чисел больше: $\sqrt[3]{7}$ или $\sqrt[6]{50}$?

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение корня n-ой степени. Что такое арифметический корень n-ой степени?
2. Перечислите свойства арифметических корней n-ой степени.

Практическое занятие по теме: «Показательная и логарифмическая функции»
Цель занятия:

1. Обобщить и закрепить знания по данной теме.
2. Вычислять значения функции по значению аргумента.
3. Определять положение точки на графике по ее координатам и наоборот.
4. Использовать свойства функций для сравнения значений степеней и логарифмов.
5. Строить графики логарифмических функций.
6. Выполнять преобразование графиков.

Оборудование:

- справочный материал по алгебре
- карточки для закрепления материала,
- учебники.

Ход занятия:

Виды заданий

Тест по теме «Показательная функция»

Вариант 1

1. Из приведенных ниже функций укажите показательную:

а) $y=x^3$ б) $y = \sqrt{7^x}$ в) $y = \frac{1}{x^2}$ г) $y = e^x$

1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

2. Из приведенных ниже утверждений верными являются:
а) функция $y = a^x$ принимает в некоторой точке значение 0;
б) функция $y = a^x$ является нечетной;
в) функция $y = a^x$ пересекает ось Oy в точке (0; 1);
г) функция $y = a^x$ принимает только положительные значения.
1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

3. При каких значениях x выражении 4^x больше 1?

1) $x>0$ 2) $x<0$ 3) $x>1$ 4) $x<1$

4. Областью значений функции $y=-3^x$ является множество

1) $(0;+\infty)$ 2) $(-\infty;0)$ 3) $[0;+\infty)$ 4) $(-\infty;0]$

5. Из приведенных ниже утверждений верными являются:

а) графики функций $y=7^x$ и $y=\frac{1}{7^x}$ симметричны относительно оси ординат;

б) графики функций $y=7^x$ и $y=\frac{1}{7^x}$ пересекают ось Oy в точке (0; 1);

в) графики функций $y=7^x$ и $y=\frac{1}{7^x}$ симметричны относительно оси абсцисс;

г) графики функций $y=7^x$ и $y=\frac{1}{7^x}$ пересекают ось Ox в точке (1; 0).

1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

6. Из приведенных ниже функций укажите возрастающие:

а) $y=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ б) $y=\left(\frac{3}{4}\right)^{-x}$ в) $y=\left(4-\sqrt{7}\right)^x$ г) $y=\left(\frac{e}{3}\right)^x$

1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

7. Корень уравнения $\sqrt{2^x}\sqrt{3^x}=36$ равен

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

8. Выражение $2a$, где а - корень уравнения $\left(\frac{49}{16}\right)^{x+1}=\left(\frac{4}{7}\right)^9$, равно

1) 9 2) 11 3) -11 4) -9

9. Произведение корней уравнения $\left(\frac{9}{23}\right)^{x^2-21}=\left(\frac{23}{9}\right)^{19x-3}$ равно

1) 19 2) -19 3) -24 4) -18

10. Выражение $0{,}2+a$, где a - корень уравнения $3^{|x-2|}=9^{2x-1}$ равно

1) 1 2) 0,2 3) -1 4) -0,2

11. Решением неравенства $(0{,}2)^{\frac{2x-3}{x-2}}\geq 5$ является множество

1) $\left(-\infty;\frac{5}{3}\right]\cup(2;+\infty)$ 2) $\left(\frac{5}{3};2\right)$ 3) $\left[\frac{5}{3};2\right)$ 4) $\left(-\infty;\frac{5}{3}\right]\cup[2;+\infty)$

12. Решением неравенства $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x^2+4x+6}{x^2-4x+3}}>9$ является множество

1) $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$ 2) $(1;3)$ 3) $(-\infty;-3)\cup(-1;+\infty)$ 4) $(-3;-1)$

13. Наибольшее целое значение x, удовлетворяющее неравенству $10^{\frac{2x}{7}}<0{,}1$, равно

1) -3 2) -4 3) 0 4) не существует

14. Наименьшее целое значение x, удовлетворяющее неравенству $2^{-x}<\sqrt{2}$, равно

1) 0 2) -1 3) 1 4) не существует

15. Наименьшее целое значение x, удовлетворяющее неравенству $4^{-\frac{x}{2}}<8$, равно

1) -4 2) -3 3) -2 4) не существует

Тест по теме «Показательная функция»

Вариант 2

1. Из приведенных ниже функций укажите показательную:

а) $y=x^7$ б) $y=\sqrt{15^x}$ в) $y=\frac{1}{x^5}$ г) $y=-\frac{e^x}{3}$

1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

2. Из приведенных ниже утверждений верными являются:

а) функция $y=a^x$ не принимает значение 0;

б) функция $y=a^x$ является четной;

в) функция $y=a^x$ пересекает ось *Oy* в точке (0; 1);

г) функция $y=a^x$ принимает только неотрицательные значения.

1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

3. При каких значениях *x* выражении 5^x меньше 1?

1) $x>0$ 2) $x<0$ 3) $x>1$ 4) $x<1$

4. Областью значений функции $y=-\frac{1}{5^x}$ является множество

1) $(0;+\infty)$ 2) $(-\infty;0)$ 3) $[0;+\infty)$ 4) $(-\infty;0]$

5. Из приведенных ниже утверждений верными являются:

а) графики функций $y=7^x$ и $y=-\frac{1}{7^x}$ симметричны относительно оси ординат;

б) графики функций $y=7^x$ и $y=\frac{1}{7^x}$ не пересекают ось *Ox*;

в) графики функций $y=-7^x$ и $y=\frac{1}{7^x}$ симметричны относительно оси абсцисс;

г) графики функций $y = 7^x$ и $y = -\frac{1}{7^x}$ пересекают ось Oy в разных точках.

1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

6. Из приведенных ниже функций укажите убывающие:

а) $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^{-x}$ б) $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{x}$ в) $y = \left(4 - \sqrt{7}\right)^{-x}$ г) $y = \left(\frac{e}{3}\right)^{-x}$

1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

7. Корень уравнения $\sqrt{5^x}\sqrt{3^x} = 225$ равен

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

8. Произведение корней уравнения $36^x - 4 \cdot 6^x - 12 = 0$ равно

1) 4 2) -12 3) 1 4) -2

9. Сумма корней уравнения $\left(\frac{21}{4}\right)^{29x^2-8x} = \left(\frac{4}{21}\right)^{8x^2-29x}$ равна

1) -37 2) 37 3) 1 4) -1

10. Сумма корней уравнения $4^x - 10 \cdot 2^x + 16 = 0$ равна

1) -10 2) 10 3) -4 4) 4

11. Выражение 0,3+*a*, где *a* - корень уравнения $\sqrt[3]{4^{x+2}} = \frac{4}{\sqrt[5]{2}}$, равно

1) 0,7 2) 1 3) 2,7 4) 5

12. Наибольшее целое значение x, удовлетворяющее неравенству $2^{3x-2} < 2^{x+3}$, равно

1) 2 2) 3 3) 0 4) не существует

13. Количество натуральных решений неравенства $(0,2)^{2x^2-3x+3} \geq 0,04$ равно

1) 1 2) 2 3) 3 4) нет ответа

14. Наименьшее целое значение x, удовлетворяющее неравенству $3 \cdot 9^{x+1} - 12 \cdot 3^x - 1 \leq 0$, равно

1) -2 2) 0 3) 2 4) -1

15. Наибольшее целое значение x, удовлетворяющее неравенству $4 \cdot 3^x + 3^{2x+1} < 7$, равно

1) 1 2) 0 3) -1 4) не существует

Критерии оценивания тестовых заданий

15 вопросов	5 (отлично)	(14-15 ответов)
15 вопросов	4 (хорошо)	(11-13 ответов)
15 вопросов	3 (удов)	(10-8 ответа)

Тест по теме «Логарифмическая функция»

Вариант 1

№	Задание	Ответы
1	Найдите область определения функции $y = \frac{1}{4^x - 2^x - 2}$	1. $(-\infty; 1)$ 2. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ 3. $(1; +\infty)$ 4. $(-1; 1)$
2	Найдите область определения функции $y = log_{3+x}(x^2 - 1)$	1. $(-3; -2) \cup (-2; -1) \cup (1; +\infty)$ 2. $(-\infty; -2) \cup (-2; -1) \cup (1; +\infty)$ 3. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ 4. $(-2; -1) \cup (1; +\infty)$
3	Выясните, является ли функция четной, нечетной, ни четной ни нечетной: $y = log_3\left(\sqrt{1 + x^2} - x\right)$	1. нечетная 2. четная 3. не является ни четной ни нечетной
4	Найти промежуток возрастания функции $y = log_{\frac{1}{2}}\lvert 4x^2 - 4x \rvert$	1. $(1; +\infty)$ 2. $(0;1)$ 3. $(-\infty; 1)$ 4. $(-\infty; 0)$
5	Выясните, является ли ограниченной функция $y = log_2(x^2 + 1)$	1. Функция неограниченна 2. $y \geq 1$ 3. $0 < y < 1$ 4. $y \leq 1$
6	Какое из чисел больше: $(2{,}7)^{4-\pi}$ *и* $(2{,}9)^{4-\pi}$	1. $(2{,}7)^{4-\pi}$ 2. $(2{,}9)^{4-\pi}$
7	Найдите длину промежутка убывания функции $y = (x^2 + x - 131)e^x$	1. 13 2. 32 3. 23
8	Какое из чисел больше: $log_{13}150$ и $log_{17}290$	1. $\log_{13}150$ 2. $\log_{17}290$
9	Определите координаты точки минимума функции $y = x^3 e^{x+3}$	1. (3;-27) 2. (-3; 27) 3. (-3;-27)

Тест по теме «Логарифмическая функция»

Вариант 2

№	Задание	Ответы
1	Найдите область определения функции $y = \frac{1}{16^{x^2} - 2^x}$	1. $(-\infty; 0{,}25) \cup (0{,}25; +\infty)$ 2. $(-\infty; 0) \cup (0; 0{,}25)$ 3. $(-\infty; 0) \cup (0; 0{,}25) \cup (0{,}25; \infty)$ 4. $(0{,}25; +\infty)$
2	Найдите область определения функции $y = log_{0,3}\sqrt{x+1} + log_{0,4}(1 - 8x^3)$	1. $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ 2. $(-\infty; -1) \cup (-1; 0{,}5)$ 3. $(-1; 0{,}5)$ 4. $(-1; -0{,}5)$
3	Выясните, является ли функция четной, нечетной, ни четной ни нечетной: $y = \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}$	1. нечетная 2. четная 3. не является ни четной ни нечетной
4	Найти промежуток убывания функции $y = log_{\frac{1}{2}}\lvert 4x^2 - 4x \rvert$	1. $(1; +\infty)$ 2. $(0;1)$ 3. $(-\infty; 1)$ 4. $(-\infty; 0)$
5	Найдите уравнение касательной к графику функции $y = e^{0,5x}$ в точке с абсциссой $x_0 = ln4$	1. $y = x - 2 + ln4$ 2. $y = x + 2 - ln4$ 3. $y = 2x + ln4$ 4. $y = 2x - ln4$
6	Какое из чисел больше: $(0{,}95)^{-0,7}$ *и* $(0{,}99)^{0,9}$	1. $(0{,}99)^{0,9}$ 2. $(0{,}95)^{-0,7}$ 3. сравнить нельзя
7	Найдите наибольшее значение функции $y = 3^{3x} - 2 \cdot 3^{2x} + 9 \cdot 3^{x-2}$ на отрезке [- 1;1].	1. 7 2. 10 3. 23 4. 12
8	Какое из чисел больше: $log_3 4$ *и* $log_5 6$	1. $log_3 4$ 2. $log_5 6$
9	Определите точку минимума функции $y = xe^{2x-4}$	1. 2 2. – 0,5 3. 0,5 4. – 2

Тест по теме «Логарифмическая функция»

Вариант 3

№	Задание	Ответы
1	Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{16-2^{-x^2}}{x}}$	1. $(-\infty;-4) \cup (4;+\infty)$ 2. $(-\infty;-4) \cup (0;4)$ 3. $(-\infty;-4] \cup (0;4)$ 4. $(-\infty;-4] \cup (0;4]$
2	Найдите область определения функции $y = log_2\|3-x\| - log_2\|x^3-8\|$	1. $x \epsilon R, x \neq 3$ 2. $x \epsilon R, x \neq 2$ 3. $x \epsilon R, x \neq 3, x \neq 2$ 4. $x \epsilon R$
3	Выясните, является ли функция четной, нечетной, ни четной ни нечетной: $y = log_2 \frac{x+1}{x-1} \cdot \left(x - log_3 \frac{2+x}{2-x}\right)$	1. нечетная 2. четная 3. не является ни четной ни нечетной
4	Найти промежуток убывания функции $y = 2lnx^3 - 5x + \frac{x^2}{2}$	1. (0;2] 3. (2;3) 2. [3; +∞) 4. [2;3]
5	Найдите уравнение касательной к графику функции $y = \frac{x^2-1}{e^{3-x}}$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$	1. $y = 7x - 11$ 2. $y = \frac{7}{e}x - \frac{11}{e}$ 3. $y = -\frac{e}{7}x + \frac{11}{e}$
6	Сравните значения выражений: $\frac{1}{2} + lg3$ и $lg19 - lg2$	1. $\frac{1}{2} + lg3 = lg19 - lg2$ 2. $\frac{1}{2} + lg3 > lg19 - lg2$ 3. $\frac{1}{2} + lg3 < lg19 - lg2$ 4. сравнить нельзя
7	Найдите наибольшее значение функции y на отрезке [- 1;1], если $y = 3^{3x} - 2 \cdot 3^{2x} + 9 \cdot 3^{x-2}$	1. 3 3. 0 2. 1 4. 12
8	Какое из чисел больше: $log_3 4$ и $log_2 5$	1. $log_3 4$ 2. $log_2 5$
9	Найдите сумму «нулей» функции $y = \left(\frac{x^2}{4} - 2x - 5\right) \cdot log_4(5-3x)$	1. – 2,5 2. $1\frac{1}{3}$ 3. $\frac{1}{3}$ 4. $-\frac{2}{3}$

Критерии оценивания тестовых заданий

9 вопросов	5 (отлично)	(14-15 ответов)
9 вопросов	4 (хорошо)	(11-13 ответов)
9 вопросов	3 (удов)	(10-8 ответа)

Контрольные вопросы:

1. Перечислите основные свойства степени.
2. Сформулируйте определение показательной функции.
3. Перечислите свойства показательной функции.
4. Изобразите схематически график показательной функции при а > 1.
5. Изобразите схематически график показательной функции при $0 <$ а < 1.
6. Сформулируйте определение логарифмической функции.
7. Перечислите свойства логарифмической функции.
8. Изобразите схематически график логарифмической функции при а > 1.
9. Изобразите схематически график логарифмической функции при $0 <$ а < 1

I. Решение показательных уравнений и неравенств

Цель работы:

1. Определение типов показательных уравнений и методов их решения, решение простейших показательных неравенств.
2. Обобщить и закрепить знания по данной теме.
3. Выполнить практические задания и ответить на контрольные вопросы.

Оборудование:

- таблицы степеней
- справочные материалы по алгебре
- учебники и дидактическая литература

Ход занятия:

Вспомогательный теоретический материал:

Определение. Уравнение вида $a^x = b$, где $a > 0, a \neq 1$, называется *показательным.*

Если $b > 0$, *то урвнение имеет единтсвенный корень, если* $b \leq 0$, *то корней нет.*

Способы решения показательных уравнений.

1. Приравнивание показателей.

Суть метода:

1. Уединить слагаемое, содержащее переменную;
2. Привести степени к одному основанию;
3. Приравнять показатели;
4. Решить полученное уравнение;
5. Записать ответ.

Пример:

$3^x - 27 = 0.$

$3^x = 27;$

$3^x = 3^3;$

$x = 3.$

Ответ: $x = 3$.

2. Вынесение общего множителя за скобки.

Примечание: выносим за скобки множитель с меньшим показателем.

Пример:

$3^x - 3^{x+3} = -78.$

$3^x\left(1 - 3^3\right) = -78;$

$3^x\left(1 - 27\right) = -78;$

$3^x\left(-26\right) = -78;$

$3^x = 3;$

$x = 1.$

Ответ: $x = 1$

3. Введение новой переменной

Как правило, уравнения, решаемые этим способом, сводятся к квадратным.

Пример: $4^{2x} - 5 \cdot 4^x + 4 = 0.$

Пусть $4^x = a$ тогда уравнение можно записать в виде:

$a^2 - 5a + 4 = 0;$

$D = 25 - 16 = 9;$

$a_1 = \frac{5+3}{2} = 4;$

$a_2 = \frac{5-3}{2} = 1.$

Сделаем обратную замену:

$4^x = 4$ или $4^x = 1$;

$x = 1$ или $x = 0$

Ответ: $x = 1$ или $x = 0$

4. Использование однородности

Определение Показательные уравнения вида $a^{f(x)} = b^{f(x)}$ называются однородными.

Суть метода: Так как показательная функция не может принимать значение, равное нулю, и обе части уравнения можно делить на одно и то же не равное нулю число, разделим обе части уравнения, например, на $b^{f(x)}$.

Пример: $2^x = 3^x$

Разделим обе части уравнения на $3^x \neq 0$:

$$\frac{2^x}{3^x} = \frac{3^x}{3^x};$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1;$$

$$x = 0.$$

Ответ: $x = 0$.

Определение. *Показательным* неравенством называется неравенство, в котором переменная содержится в показателе степени.

Решение простейших показательных неравенств.

Простейшими считаются показательные неравенства вида: $\mathbf{a^x < a^y}$, $\mathbf{a^x > a^y}$ ($a^x \leq a^y$, $a^x \geq a^y$). Так же, как и при решении простейших показательных уравнений, одинаковые основания степеней опускают, но **знак** нового неравенства **сохраняют**, **если** функция $y = a^x$ является возрастающей **(a >1)**; **если** же показательная функция $y = a^x$ убывает **(0 < a < 1)**, то **знак** нового неравенства **меняют на противоположный**:

$a^x<a^y \rightarrow x < y$, если **a > 1**; знак сохранен, так как функция возрастает;

$a^x < a^y \rightarrow x > y$, если **0 < a < 1**; функция убывает – знак поменялся;

$a^x > a^y \rightarrow x > y$, если **a > 1**; знак сохранен, так как функция возрастает

$a^x > a^y \rightarrow x < y$, если **0 < a < 1**; функция убывает – знак поменялся.

<u>Примеры.</u>

Решить неравенство:

1) $4^{5-2x} < 0{,}25$.

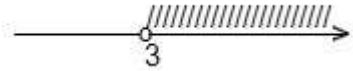
Представим правую часть в виде: $0{,}25 = (^{25}/_{100}) = (^1/_4) = 4^{-1}$;

$4^{5-2x} < 4^{-1}$; функция $y = 4^x$ с основанием 4 >1 **возрастает на R**, поэтому, опуская основания степеней, знак неравенства сохраним:

5-2x < -1;

— 2x < -1-5;

— 2x < -6 |:(-2) при делении обеих частей неравенства на отрицательное число, знак неравенства меняют на противоположный: значит, x >3.



Ответ: (3; +∞).

2) $0{,}4^{2x+1} \geq 0{,}16$.

Представим число 0,16 в виде степени числа 0,4. Получаем:

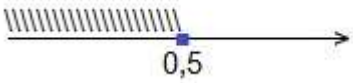
$0{,}4^{2x+1} \geq 0{,}4^2$; основание степеней – число **0,4** — удовлетворяет условию: **0 < 0,4 < 1**; поэтому, опускаем основания степеней, а знак неравенства меняем на противоположный:

$2x+1 \leq 2$;

$2x \leq 2-1$;

$2x \leq 1$ |:2

$x \leq 0{,}5$.



Ответ: (-∞; 0,5].

Варианты заданий

Вариант 1	*Вариант 2*
1. Решите уравнения: **а.** $7^x = 49$; **б.** $8^{x^2-2} = 64^x$; **в.** $5^{x-4} = 1$ **г.** $25^x = 7^{2x}$ **2. Решите уравнение:** $\left(\frac{16}{9}\right)^x = \left(\frac{3}{4}\right)^5$ **3. Найдите сумму корней уравнения** $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$ **4. Решите неравенства:** **а.** $2^x \geq 4$ **б.** $0{,}6^{x^2+3x} \geq 0{,}6^0$ **5. Найдите наибольшее целое решение неравенства** $2^x + 2^{x+2} \leq 20$	**1. Решите уравнения:** **а.** $2^{4x} = 8$; **б.** $9^{x-5} = 1$; **в.** $6^{4x^2-2x} = 36$ **г.** $27^x = 5^{3x}$ **2. Решите уравнение:** $\left(\frac{4}{25}\right)^{x+2} = \left(\frac{5}{2}\right)^6$ **3. Найдите сумму корней уравнения** $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$ **4. Решите неравенства:** **а.** $2^x \leq 8$ **б.** $0{,}3^{x+4} \leq 0{,}3^2$ **5. Найдите наименьшее целое решение неравенства** $3^x + 3^{x+2} \succ 30$

Вариант 3	*Вариант 4*
1. Решите уравнения: **а.** $3^{2x} = 81$; **б.** $4^{3x} = 64^{x^2-6}$; **в.** $2^{3x+6} = 1$ **г.** $3^{6x} = 8^{6x}$ **2. Решите уравнение:** $\left(\frac{3}{7}\right)^{3-2x} = \left(\frac{49}{9}\right)^{-3}$ **3. Найдите сумму корней уравнения**	**1. Решите уравнения** **а.** $4^x = 64$; **б.** $3^{6-x} = 3^{3x-2}$; **в.** $3^{x^2-4x} = 1$ **г.** $4^x = 9^{2x}$ **2. Решите уравнение:** $\left(\frac{5}{2}\right)^x = \left(\frac{4}{25}\right)^2$ **3. Найдите сумму корней уравнения**

$3^{2x}-6\cdot 3^{x}-27=0$ **4. Решите неравенства:** **а.** $3^{x}\le 81$ **б.** $0{,}5^{2x+4}\ge 0{,}5^{x-1}$ **5. Найдите наибольшее целое решение неравенства** $4^{x}+4^{x+2}\le 68$	$2\cdot 2^{2x}-5\cdot 2^{x}+2=0$ **4. Решите неравенства:** **а.** $5^{x}\succ 125$ **б.** $0{,}7^{x+8}\le 0{,}7^{2}$ **5. Найдите наименьшее целое решение неравенства** $5^{x}+5^{x+2}\ge 650$

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение показательного уравнения.
2. Методы решения показательных уравнений.
3. Определение показательного неравенства.
4. Способы решения показательного неравенства.
5. В каком случае меняется знак при решении показательного неравенства?

II. Решение логарифмических уравнений и неравенств

Цель занятия:

1. Определение типов логарифмических уравнений и методов их решения, решение простейших логарифмических неравенств.
2. Обобщить и закрепить знания по данной теме.
3. Выполнить практические задания и ответить на контрольные вопросы.

Оборудование:

- таблицы степеней
- справочные материалы по алгебре
- учебники и дидактическая литература
- таблицы со свойствами логарифмов

Ход занятия:

Теоретический справочный материал.
Базовые понятия:

1. ***Логарифм числа «в» по основанию «а»*** *– это показатель степени, в которую надо возвести «а», чтобы получить «в».*
2. ***Решить уравнение*** *– это значит найти все его корни или доказать, что их нет.*
3. ***Корнем уравнения*** *называется число, при подстановке которого в уравнение получается верное числовое равенство.*

4. ***Решением неравенства*** *называется множество чисел, при подстановке которых в неравенство получается верное числовое неравенство.*

5. ***Логарифмирование*** *– это переход от данного выражения к его логарифму.*

6. ***Потенцирование*** *– это переход от равенства, содержащего логарифмы, к равенству, не содержащему их.*

7. ***Логарифмическая функция*** *– это функция вида*

$$y = \log_a b, \text{ где } a > 0,\ b > 0,\ a \neq 1$$

8. ***Основные свойства:***

- *Если 0 < a < 1, то функция убывает, т.е. чем больше аргумент, тем меньше значение функции и наоборот (сформулируйте - как?)*
- *Если a >1, то функция возрастает, т.е. чем больше аргумент, тем больше значение функции и наоборот (сформулируйте - как?)*
- $a^x > 0$ *для любого «x».*

Входной контроль

ТЕСТ

Установите соответствие между выражениями правого и левого столбцов:

1. $\log_a b + \log_a c$	а) $n \log_a b$
2. $\log_a b - \log_a c$	б) $\log_a (bc)$
3. $\log_a x^n$	в) $\log_a (b-c)$
4. $a^{\log_a в} = в$	г) $\log_a(b+c)$
5. $\log_{a^n} в$	д) $n \log_a \lvert x \rvert$
	е) a
	ж) b
	з) $\log \frac{b}{c}$
	и) $\frac{1}{n} \log_a b$

Варианты заданий:

Вариант 1	***Вариант 2***	***Вариант 3***
$1.\log_2(3-x)=0$ $2.\log_{\frac{1}{3}}(2x-4)=-2$ $3.\log_2(1-3x)=3$ $4.\log_{\frac{1}{2}}(2x-3)=-2$ $5.\log_{\frac{1}{4}}(3x+1)=-2$ $6.\lg(x^2-x+8)=1$ $7.\log_{\frac{1}{3}}(x^2-3x+1)=0$ $8.\ln(4-x)=1$	$1.\log_2(x-7)=\log_2(11-x)$ $2.\log_5(x^2-4x)=\log_5(3-2x)$ $3.\log_3(x-5)=\log_3(2-x)$ $4.\ln(x^2+2x-3)=\ln(6x-2)$ $5.\lg(x+2)=\lg x^2$ $6.\log_7(2x-1)-\log_7(x=1)=0$ $7.\log_2(x+1)+\log_2 x=1$ $8.\lg(x+1)+\lg(x-1)=\lg 3$ $9.\log_2(3-x)+\log_2(1-x)$ $10.\log_5(x+1)+\log_5(x+5)=1$	$1.\lg^2 x-6\lg x+5=0$ $2.\ln^2 x+\ln x=8$ $3.6\lg^2 x-1=\lg x$ $4.6\lg^2 x+\lg x=1$ $5.\log_2^2 x-\log_2 x-6=0$ $6.\log_{\frac{1}{2}}^2 x+\log_{\frac{1}{2}} x-2=0$ $7.\log_3^2 x-10=3\log_3 x$ $8.\lg^2(2x-1)=\lg(x-0,5)+\lg 2$

Контрольные вопросы:

1. Дать определение логарифмического уравнения.
2. Свойства логарифмов.
3. Методы решения логарифмических уравнений.
4. Способы решения логарифмических неравенств.
5. В каком случае меняется знак при решении неравенств.

Раздел 9. Комбинаторика. Теория вероятностей. Математическая статистика

Практическое занятие по теме: «Элементы комбинаторики»

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Комбинаторика. Статистика и теория вероятностей». Закрепить и систематизировать знания по теме.
2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности обучающихся.

Оборудование:

- справочный материал по теме;
- микрокалькуляторы;
- учебники.

Ход занятия:

1. Изучить условие заданий для практического занятия.
2. Ответить на контрольные вопросы.
3. Ответить на контрольные вопросы.

Варианты заданий:

Вариант 1

1. Сколькими способами можно выбрать в группе из 20 человек четверых на 4 должности?
2. Брошены 2 игральных кубика. Какова вероятность того, что на первой кости выпало число 2, а на второй – нечестное число?
3. Вероятность попадания по цели при одном выстреле у первого орудия равна 0,5, у второго – 0,6. Найти вероятность того, что по цели попадет хотя бы одно орудие после того, как оба сделают по одному выстрелу.
4. Найти размах, моду, медиану и среднее выборки: 1,5,5,8,10.
5. Найти дисперсию выборки: 3,8,5,6.

Вариант 2

1. Сколькими способами можно поставить на полке 8 книг?
2. Брошены 2 игральных кубика. Какова вероятность того, что на первой кости выпало число 1, а на второй – нечетное число?
3. Вероятность попадания по цели при одном выстреле у первого орудия равна 0,4, у второго – 0,8. Найти вероятность того, что по цели попадет хотя бы одно орудие после того, как оба сделают по одному выстрелу.
4. Найти размах, моду, медиану и среднее выборки: 3,10,12,12,18.
5. Найти дисперсию выборки: 4,7,3,9.

Вариант 3

1. Сколькими способами можно выбрать в группе из 30 человек троих на 3 должности?
2. Брошены 2 игральных кубика. Какова вероятность того, что на первой кости выпало число 3, а на второй – нечестное число?
3. Вероятность попадания по цели при одном выстреле у первого орудия равна 0,3, у второго – 0,8. Найти вероятность того, что по цели попадет хотя бы одно орудие после того, как оба сделают по одному выстрелу.
4. Найти размах, моду, медиану и среднее выборки: -8,-8,-5,-5,0,2.
5. Найти дисперсию выборки: 4,1,3,2,2.

Вариант 4

1. Сколькими способами можно поставить на полке 10 книг?
2. Брошены 2 игральных кубика. Какова вероятность того, что на первой кости выпало число 6, а на второй – нечестное число?
3. Вероятность попадания по цели при одном выстреле у первого орудия равна 0,1, у второго – 0,9. Найти вероятность того, что по цели попадет хотя бы одно орудие после того, как оба сделают по одному выстрелу.

4. Найти размах, моду, медиану и среднее выборки: -4,-4,0,2,9,9.
5. Найти дисперсию выборки: 3,2,1,1,5.

Контрольные вопросы:

1 . Сформулируйте определения: а) размещения; б) сочетания; в) перестановки.
2. Запишите формулы для вычисления: а) размещения; б) сочетания; в) перестановки.
3. Дайте классическое определение вероятности события.
4. Приведите примеры событий, которые в условиях данного опыта являются
   1) случайными; 2) достоверными; 3) невозможными.
   Каковы вероятности этих событий?
5. Сформулируйте определение: а) случайной величины; б) дискретной случайной величины; в) непрерывной случайной величины; г) закона распределения случайной величины.
6. Сформулируйте определения: а) математического ожидания; б) дисперсии.
7. Свойства математического ожидания и дисперсии.

Критерии оценки решения заданий

Оценка 5 « отлично» - ставится, если: все задания решены верно, с полным теоретическим обоснованием по ходу решения.

Оценка 4 «хорошо» - ставится, если: задания решены верно, но с неполным теоретическим обоснованием.

Оценка 3 «удовлетворительно» - ставится, если: задания решены посредством оказания помощи студентами из аудитории и/или преподавателем.

Оценка 2 «неудовлетворительно» - ставится, если: решение заданий неверное, продвижения отсутствуют. Решение отсутствует.

Критерии оценивания тестовых заданий

15 вопросов	5 (отлично)	(14-15 ответов)
15 вопросов	4 (хорошо)	(11-13 ответов)
15 вопросов	3 (удов)	(10-8 ответа)
9 вопросов	5 (отлично)	(14-15 ответов)
9 вопросов	4 (хорошо)	(11-13 ответов)
9 вопросов	3 (удов)	(10-8 ответа)

Критерии оценивания устных ответов

Оценка 5 «отлично», ставится, если студент:

-полно раскрыл и грамотно изложил материал в объеме, точно используя математическую терминологию и символику предусмотренном программой и учебником,

- отвечал самостоятельно без наводящих вопросов преподавателя.

Оценка 4 «хорошо», ставится, если он удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математическое содержание ответа;

-допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя;

Оценка 3 «удовлетворительно» ставится в следующих случаях:

-неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала;

- имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов учителя;

Оценка 2 «неудовлетворительно» ставится в следующих случаях:

- не раскрыто основное содержание учебного материала;
- обнаружено незнание или непонимание студентом большей или наиболее важной части учебного материала;
- допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии.

***Рекомендованная литература*:**

1. М.И.Башмаков. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. 9-е изд., стер.- М.: Издательский центр «Академия», 2014.
2. Л. С. Атанасян. Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни.
3. М.И. Башмаков. Математика. Задачник. Учебное пособие ОИЦ «Академия», 2013.
4. Б.М.Ивлев, С.М. Саакян, С.И. Шварцбурд . Дидактические материалы по алгебре и началам анализа для 10 класса. -М.: Просвещение, 2011.
5. Б.М.Ивлев, С.М. Саакян, С.И. Шварцбурд. Дидактические материалы по алгебре и начала анализа для 11 класса. -М.: Просвещение, 2011.
6. М.К. Потапов. Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы.10 класс: базовый и профил. уровни.– 5-е изд.-М.:Просвещение, 2011.-159с.
7. М. К. Потапов. Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы.11 класс: базовый и профил. уровни.– 5-е изд.-М.:Просвещение, 2011.-189с.
8. А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын и др.: под ред. А.Н. Колмогорова. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений с прил. на электронном носителе. – 21-е изд.- М.: Просвещение, 2012. – 384 с.
9. С. Б. Веселовский. Геометрия: дидактические материалы по геометрии для 10 класса / С.Б. Веселовский, В.Д. Рябчинская.- М.: Просвещение 2012.
10. С. Б. Веселовский. Геометрия: дидактические материалы по геометрии для 11 класса / С.Б. Веселовский, В.Д. Рябчинская.- М.: Просвещение 2012.
11. Математика. Большой энциклопедический словарь/Гл. ред. Прохоров Ю.В. – 5-е изд. – М.: Большая Российская энциклопедия, 2011
12. М. К. Потапов. Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы.10 класс: базовый и профил. уровни /М.К. Потапов, А.В. Шевкин. – 5-е изд.-М.:Просвещение, 2011.-159с.
13. М. К. Потапов. Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы.11 класс: базовый и профил. уровни /М.К. Потапов, А.В. Шевкин. – 5-е изд.-М.:Просвещение, 2011.-189с.

***Интернет-ресурсы*:**

1. **http://www.ru.wikipedia.org** Свободная универсальная энциклопедия, написанная на русском языке.
2. **http://www.Allmath.ru** - это математический портал, на котором вы найдете любой материал по математическим дисциплинам.
3. **http://www.math.ru/** На сайте вы найдёте книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни учёных — всё то, что поможет окунуться в удивительный и увлекательный мир математики.
4. **http://www.bymath.net** Этот сайт – средняя математическая интернет-школа, в которой вы можете учиться, не выходя из дому. В отличие от других сайтов здесь содержатся все необходимые материалы по элементарной математике в полном объёме.
5. **http://free-math.ru/**